Nouvelles annales de mathématiques

G. Fontené

Nouvelles identités

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 18 (1918), p. 430-431

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__430_0>

[A1b]

NOUVELLES IDENTITÉS;

PAR M. G. FONTENÉ.

J'ai signalé en 1917 (p. 456-462), des faits de calcul relatifs aux systèmes des quantités

$$x,\quad y,\quad z,\quad \ldots,$$
$$u,\quad v,\quad w,\quad \ldots,$$

x et u se correspondant, ainsi que y et v, etc.; ces faits peuvent être étendus aux systèmes

$$\begin{array}{llll} x_1, & y_1, & z_1, & \ldots, \\ x_2, & y_2, & z_2, & \ldots, \\ x_3, & y_3, & z_3, & \ldots, \\ \ldots, & \ldots, & \ldots, & \ldots. \end{array}$$

Le coefficient binomial C_m^h doit alors être remplacé par $\frac{P_m}{P_h P_k \ldots}$, avec $h + k + \ldots = m$.

Si l'on pose

$$P_x^h = x(x-1)\ldots(x-h+1),$$

l'équation

$$\sum P_{x_1}^m P_{y_1}^m \ldots + \ldots + \frac{P_m}{P_h P_k \ldots} \sum P_{x_1}^h P_{x_2}^k \ldots P_{y_1}^h P_{y_2}^k \ldots + \ldots = 0,$$

qui généralise l'équation (11) *de la page* 459, *admet les solutions*

$$x_1 + x_2 + \ldots = (m-1) - \alpha,$$
$$y_1 + y_2 + \ldots = (m-1) - \beta,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

α, β, ... *étant des entiers positifs ou nuls qui vérifient les conditions*

$$\alpha + \beta + \ldots \leqq m - 1.$$

On n'oubliera pas que, dans l'équation considérée, h, k, ... sont des indices et non des exposants.

En considérant le seul système x_1, x_2, x_3, ..., on a ceci :

L'équation

$$\sum P_{x_1}^m + \ldots + \frac{P_m}{P_h P_k \ldots} \sum P_{x_1}^h P_{x_2}^k \ldots + \ldots = 0,$$

qui généralise l'équation [11] *de la page* 462, *est résolue par les formules*

$$x_1 - x_2 + \ldots = m - 1, \qquad m - 2, \qquad \ldots, \qquad 0;$$

le premier membre de cette équation est identique au produit

$$(x_1 + x_2 + \ldots)(x_1 + x_2 + \ldots - 1) \ldots [x_1 + x_2 + \ldots - (m - 1)].$$

Exemple (avec $m = 3$) :

$$\begin{aligned} x_1(x_1 - 1)(x_1 - 2) + \ldots + 3x_1(x_1 - 1)x_2 + \ldots + 6x_1x_2x_3 \\ \equiv (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + x_3 - 1)(x_1 + x_2 + x_3 - 2). \end{aligned}$$