Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 18 (1918), p. 37-40

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__37_1>

QUESTIONS.

2350. Si l'on désigne par F_i^p le $i^{\text{ième}}$ nombre figuré d'ordre p

$$F_i^p = \frac{i(i+1)\ldots(1+p-1)}{p!}, \qquad F_i^0 = 1,$$

la somme

$$F_1^p + F_2^p x + F_3^p x^2 + \ldots + F_n^p x^{n-1}$$

a pour expression

$$\frac{1 + A x^n + B x^{n+1} + \ldots + H x^{n+p}}{(1-x)^{p+1}},$$

les coefficients A, B, ... étant tels que le numérateur soit divisible par le dénominateur. Le numérateur est de la forme

$$1 - N\left[\frac{x^n}{n} - C_p^1 \frac{x^{n+1}}{n+1} + C_p^2 \frac{x^{n+2}}{n+2} - \ldots + (-1)^p C_p^p \frac{x^{n+p}}{n+p}\right],$$

et l'on aura

$$N = \frac{n(n+1)\ldots(n+p)}{p!}.$$

La série entière

$$F_1^p + F_2^p x + F_3^p x^2 + \ldots + F_n^p x^{n-1} + \ldots$$

est convergente pour $|x| < 1$, et a alors pour somme

$$\frac{1}{(1-x)^{p+1}}.$$

G. FONTENÉ.

2351. Considérant le réseau formé dans l'espace à trois dimensions par les points à coordonnées entières dans un système d'axes rectangulaires, on demande de déterminer les triangles isoscèles ayant comme sommets trois points du réseau. E. CAHEN.

2352 Soit ABA'B' une section principale d'un ellipsoïde dont les axes sont AA', BB', CC'. Par le sommet C, on mène la parallèle CD à l'un des axes AA' de cette section; par le sommet C', une parallèle C'D' à l'autre axe BB'. Si une droite Δ se déplace en rencontrant constamment l'ellipse ABA'B' et les droites CD et C'D', le volume enfermé dans la portion de surface qu'engendre le segment de Δ compris entre les droites CD et C'D' est égal au volume de l'ellipsoïde.

M. D'OCAGNE.

2353. Construire deux cercles de même rayon, tangents entre eux, et touchant chacun une droite donnée en un point donné, en ayant soin d'examiner quel est le nombre des solutions réelles. M. D'OCAGNE.

2354. Quand une droite se déplace dans un plan, les centres de courbure des éléments décrits simultanément par des points marqués sur cette droite appartiennent, d'après un théorème connu, à une conique; démontrer que le lieu des deuxièmes centres de courbure correspondants est une sextique. R. GOORMAGHTIGH.

2355. — On considère une tige guidée BB', glissant le long de $O'x$, dont l'extrémité B est reliée au bouton A d'une manivelle OA tournant autour de O, non situé sur $O'x$, avec une vitesse angulaire constante. Soit δ la distance de O à $O'x$ et posons

$$OA = a, \qquad AB = l, \qquad ABO' = \varphi, \qquad l > a + \delta.$$

Démontrer que les valeurs des angles φ, correspondant aux positions du point B pour lesquelles la vitesse de ce point est maximum, sont données par l'équation

$$\begin{aligned} & l^2(l^2-a^2)\sin^6\varphi - 4l^3\delta\sin^5\varphi - l^2(l^2-a^2-5\delta^2)\sin^4\varphi \\ & \quad + 2l\delta(3l^2+a^2-\delta^2)\sin^3\varphi - l^2(l^2-a^2+10\delta^2)\sin^2\varphi \\ & \quad + 2l\delta(l^2-3a^2+3\delta^2)\sin\varphi \\ & = (l^2-a^2+\delta^2)(\delta^2-a^2). \end{aligned}$$

R. GOORMAGHTIGH.

2356. Trouver une suite indéfinie de nombres entiers x_1, x_2, ..., x_n, ... telles que tous les produits

$$x_1, \quad x_1x_2, \quad \ldots, \quad x_1x_2\ldots x_n, \quad \ldots$$

soient des carrés augmentés de l'unité.

Il existe une infinité de telles suites. En effet $x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$, étant supposés connus, on peut trouver une infinité de valeurs satisfaisantes de x_n. L'intérêt de la question est de former la plus simple de ces suites, c'est-à-dire celle pour laquelle la valeur satisfaisante dont il s'agit est minimum, quel que soit n.

P. CARISSAN.

2357. Un tétraèdre inscrit à un ellipsoïde de révolution a pour centre de gravité le centre de celui-ci. On joint les sommets du tétraèdre à l'un quelconque des foyers de l'ellipsoïde, chacune des droites obtenues étant limitée au sommet dont elle est issue et à la face opposée. Démontrer que les quatre segments ainsi déterminés ont même longueur.

R. BRICARD.

2358. Si ABCD est un quadrilatère plan fixe, A'B'C'D' un autre quadrilatère plan, mobile dans l'espace, mais invariable de forme, il existe une infinité de positions de ce second quadrilatère pour lesquelles il est perspectif du premier, c'est-à-dire telles que les droites AA', BB', CC', DD' concourent en un même point S. Démontrer que le lieu de ce point S est un cercle.

BÉJOT.

Nos des Anciennes questions des Nouvelles Annales
(de 1842 à 1910, Nos 1 à 2166)
restées sans solution au 31 décembre 1917.

62	126	266	333	383	424	554	592
593	598	604	617	643	703	730	731
732	774	791	805	812	880	888	891
893	947	967	999	1000	1042	1058	1063
1074	1078	1107	1108	1149	1206	1234	1236
1256	1305	1361	1365	1366	1446	1486	1490
1519	1522	1523	1530	1564	1571	1596	1599
1600	1609	1629	1631	1647	1686	1687	1688
1689	1690	1691	1692	1693	1694	1695	1705
1715	1731	1738	1747	1761	1762	1763	1776
1777	1810	1821	1824	1826	1828	1837	1838
1847	1850	1854	1856 *bis*	1859	1884	1885	1886
1889	1890	1892	1911	1937	1944	1956	1988
2003	2010	2038	2039	2045	2057	2065	2096
2116	2141	2145	2156				

La comparaison avec le Tableau publié précédemment (1915, p. 246) montre qu'un nombre notable de questions ont été récemment résolues, grâce aux efforts de nos lecteurs.

Nous les en remercions, et nous comptons sur leur persévérance.

On voit que 116 questions seulement restent sans solutions.