

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 18 (1918), p. 33-35

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__33_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1918, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

M. d'Ocagne. — *Sur le centre de courbure des conchoïdes.* — Le théorème général d'où M. Goormaghtigh fait remarquer (*N. A.*, 1917, p. 434) que l'on peut déduire la construction du centre de courbure de la conchoïde de Nicomède, qui fait l'objet de la question 2234, est précisément celui d'où je l'ai tirée. Ce théorème général se trouve démontré à la page 286 de mon *Cours de Géométrie descriptive et de Géométrie infinitésimale* (Gauthier-Villars; 1896).

M. V. Thébault. — *Au sujet de la question 2324.* — Cette propriété n'est qu'une forme particulière de la suivante, très répandue dans les recueils élémentaires :

Si, dans un triangle ABC, l'angle A est égal à 120° , l'inverse de la bissectrice intérieure relative à cet angle est égal à la somme des inverses des côtés qui le comprennent.

Voir par exemple le *Bulletin de Mathématiques élémentaires*, 1901 p. 77.

M. V. Thébault. — *Sur une proposition de Laguerre.* — Voici une autre démonstration, pour le cas du triangle, de la proposition de Laguerre envisagée par M. R. Bouvaist, (*N. A.* 1917, p. 315).

Ann. de Mathemat., 4^e serie, t. XVIII. (Janv. 1918.) 3

1. Soient une conique et un cercle représentés par les équations

$$S \equiv \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0,$$

$$S' \equiv (x - \alpha)^2 + (y - b)^2 - R^2 = 0.$$

Leurs invariants sont

$$\Delta = -\frac{1}{a^2 b^2}, \quad \theta = \frac{1}{a^2 b^2} (\alpha^2 + \beta^2 - a^2 - b^2 - R^2),$$

$$\theta' = \frac{\alpha^2}{a^2} + \frac{\beta^2}{b^2} - 1 - R^2 \left(\frac{a^2}{1} + \frac{1}{b^2} \right), \quad \Delta' = -R^2.$$

La condition pour qu'il soit possible de circonscrire à la conique un triangle ABC qui soit en même temps inscrit dans le cercle, s'écrit

$$(1) \quad \theta^2 = 4\Delta\theta'.$$

2. Soient F et F' les deux foyers de la conique S, F'' l'inverse de F par rapport au cercle S' et O le centre de ce cercle; désignons par u et v les longueurs OF et OF', on a

$$u^2 = (\alpha - c)^2 + \beta^2, \quad v^2 = (\alpha + c)^2 + \beta^2,$$

d'où

$$\frac{u^2 + v^2}{2} = \alpha^2 + \beta^2 + c^2, \quad u^2 v^2 = \frac{(u^2 + v^2)^2}{4} - 4x^2 c^2;$$

et

$$\alpha^2 = \frac{(u^2 - v^2)^2}{4c^2}, \quad \beta^2 = -\frac{(u^2 - v^2)^2 - 2c^2(u^2 + v^2) + 4c^4}{4c^2}.$$

En substituant ces dernières valeurs dans l'égalité (1) on obtient la relation de Laguerre

$$(2) \quad (R^2 - u^2)(R^2 - v^2) = 4b^2 R^2.$$

3. Cette relation (2) peut être transformée et donner

(1) Cf. *Nouvelles Annales*, 1903, 214.

d'abord

$$\frac{\overline{F'F''}^2 \times OF}{OF''} = 4a^2 \quad (\text{Laguerre}),$$

puis

$$F'R \times F'F'' = 4a^2 \quad (\text{Laguerre}).$$