

C.-H. SISAM

**Sur l'ordre de surfaces engendrées par
courbes d'un ordre donné**

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 18
(1918), p. 30-32

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__30_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1918, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[M²¹]

**SUR L'ORDRE DE SURFACES ENGENDRÉES
PAR COURBES D'UN ORDRE DONNÉ;**

PAR M. C.-H. SISAM.

On sait que si chaque génératrice rectiligne g sur une surface réglée coupe toutes les autres génératrices en un point variant avec g , la surface est un plan. Des théorèmes analogues pour des surfaces engendrées par des coniques se coupant en un ou plusieurs points ont été démontrés par M. Kœnigs dans les *Annales de l'École Normale supérieure* (3^e série, t. V, p. 177-192) et pour des surfaces engendrées par des cubiques par M. Humbert dans le *Journal de Mathématiques* (4^e série, t. X, p. 169-201). Les résultats obtenus constituent tous des cas spéciaux du théorème suivant :

Si une surface d'ordre m est engendrée par des courbes irréductibles d'ordre n de telle façon que deux courbes génératrices arbitraires se coupent en ν points variables, nous aurons $m\nu \leq n^2$.

Une surface d'ordre $x\nu > m$ contient une courbe donnée du système générateur sur la surface donnée si

•

elle contient $x\nu n + 1$ points sur la courbe, c'est-à-dire si les coefficients dans son équation satisfont, au maximum, à $x\nu n + 1$ équations linéaires indépendantes. Elle contient une deuxième courbe donnée, si ils satisfont, au maximum, à $x\nu n + 1 - \nu$ autres équations indépendantes. Continuant de cette façon, nous trouvons que la surface d'ordre $x\nu$ possède $x\nu n + 1$ points communs avec toute autre courbe du système générateur et, par conséquent, a la surface donnée comme composante si les coefficients dans son équation satisfont, au plus, à

$$(1) \quad x\nu n + 1 + x\nu n + 1 - \nu + x\nu n + 1 - 2\nu + \dots + 1 \\ = \frac{(xn + 1)(x\nu n + 2)}{2}$$

conditions linéaires indépendantes.

Mais le nombre réel de conditions auxquelles les coefficients doivent satisfaire pour que la surface d'ordre $x\nu$ ait la surface donnée comme composante est

$$(2) \quad N(x\nu + 1) - N(x\nu - m) - 1 = \frac{(x\nu + 1)(x\nu + 2)(x\nu + 3)}{6} \\ - \frac{(x\nu - m + 1)(x\nu - m + 2)(x\nu - m + 3)}{6} \\ = \frac{3m^2\nu^2 + 3(4m - m^2)x\nu + 11m - 6m^2 + m^3}{6},$$

puisque toute surface d'ordre $x\nu - m$, avec la surface donnée, constitue une telle surface d'ordre $x\nu$. Puisque (1) donne une limite supérieure pour (2), nous avons, pour toutes les valeurs de x plus grandes que $\frac{m}{\nu}$,

$$\frac{(xn + 1)(xn\nu + 2)}{2} \\ \geq \frac{3m^2\nu^2 x^2 + 3(4m - m^2)\nu x + 11m - 6m^2 + m^3}{6}$$

ou

$$3(n^2 - m\nu)\nu x^2 + 3(2n + n\nu + m^2\nu - 4m\nu)x - (m-1)(m-2)(m-3) \geq 0.$$

Le coefficient de x^2 ne peut être négatif. Sinon, en prenant x suffisamment grand, nous pourrions rendre le premier membre de cette inégalité négatif. D'où $m\nu \leq n$.

En particulier, si $m > n^2$, il viendra $\nu = 0$, c'est-à-dire :

Sur une surface d'ordre plus grand que n^2 , un système algébrique, ∞^1 , de courbes d'ordre n , constitue un faisceau.