

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 17 (1917), p. 433-436

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1917_4_17__433_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1917, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

R. Goormaghtigh. — *Au sujet de la question 2249* (1917, p. 187). — En chaque point M d'une courbe donnée (M) on prend sur la tangente une longueur MT égale au rayon de courbure de la courbe en M ; la question avait pour objet de déterminer le centre de courbure τ de la courbe (T) lieu de T au point T . Soient μ, μ_1, μ_2 les trois premiers centres de courbure de (M) en M et supposons que le sens de \overline{MT} soit le sens positif de la tangente; la normale TK en T à (T) passe par le point K obtenu en portant sur $\overline{M\mu}$ un segment $\overline{\mu K}$ égal à $\mu\mu_1$. La construction suivante pour le centre de courbure τ est plus simple que celle donnée par M. Bouvaist (1917, p. 188).

Soit L le point obtenu en portant sur $\overline{\mu\mu_1}$ un segment $\overline{\mu_1 L}$ égal à $\mu_1\mu_2$; le point τ est le milieu du segment compris entre K et le conjugué harmonique de K par rapport à T et la projection de L sur TK .

R. Goormaghtigh. — *Sur la question 2254* (1917, *Ann. de Mathemat.*, 4^e série, t. XVII. (Nov. 1917.)

p. 191). — La construction du centre de courbure en un point d'une conchoïde de Nicomède indiquée par M. d'Ocagne est contenue dans le théorème général suivant, qui permet de construire le centre de courbure en un point d'une conchoïde d'une courbe quelconque :

Soient M_1, M_2, \dots des points correspondants de diverses conchoïdes $\Gamma_1, \dots, \Gamma_2$ d'une courbe Γ , par rapport au pôle O , et μ_1, μ_2, \dots les centres de courbure correspondants; les normales en M_1, M_2, \dots à $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots$ concourent en un point N . Le rayon vecteur OM_1, M_2, \dots rencontre en des points K_1, K_2, \dots les perpendiculaires élevées en N sur NM_1, NM_2, \dots ; les droites $K_1\mu_1, K_2\mu_2, \dots$ passent par un même point I situé sur la perpendiculaire élevée sur ON en son milieu.

Si μ désigne le centre de courbure de Γ en M , le point N est à l'intersection de $M\mu$ avec la perpendiculaire en O sur OM ; la perpendiculaire en N sur MN coupe OM en K , $K\mu$ rencontre la médiatrice de ON au point I ; par une construction inverse on en déduit le centre de courbure μ_1 de Γ_1 en M_1 .

Considérons encore, d'une manière plus générale, une courbe Ω ; la tangente en un point O de Ω coupe une courbe Γ en M ; sur OM portons des longueurs constantes MM_1, MM_2, \dots ; on a alors le théorème suivant :

Il y a sur la normale à Ω en O et sur celle de la développée de Ω au centre de courbure de Ω en O deux points N et J qui jouissent des propriétés suivantes : les normales en M, M_1, M_2, \dots aux lieux $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2, \dots$ de ces points concourent en N ; les droites JM, JM_1, JM_2, \dots rencontrent en K, K_1, K_2, \dots les perpendiculaires élevées en N sur NM, NM_1, NM_2, \dots ;

les droites qui joignent K, K_1, K_2, \dots aux centres de courbure μ, μ_1, μ_2, \dots de $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2, \dots$ en M, M_1, M_2, \dots concourent au milieu I de NJ .

Il est aisé de voir que si l'on connaît μ on peut construire J ; connaissant J on en déduit par des constructions inverses les points μ_1, μ_2, \dots .

^ **M. d'Ocagne.** — *Sur la transformation des coniques en quartiques ou en cubiques unicursales.* — Le mode de transformation que M. F. Gomes Teixeira a récemment fait connaître à cet effet (*N. A.*, 1917, p. 281) est susceptible d'une simplification que je vais indiquer ici. Ce mode de transformation peut s'énoncer ainsi : « Ox et Oy étant deux axes rectangulaires quelconques, A un pôle fixe quelconque dans leur plan, les points correspondants M et M' sont tels que : 1° les vecteurs OM et AM' sont parallèles; 2° la droite MM' est parallèle à Oy . »

Si la parallèle à AO , menée par M' , coupe OM en M_1 , on voit que la courbe (M_1) se déduit de (M') par une simple translation équipollente à AO . Ces deux courbes sont donc identiques et la transformation qui lie M et M_1 fournit exactement les mêmes résultats que celle qui a lieu entre M et M' . Or, il est clair que la projection orthogonale de MM_1 sur Ox , qui se confond avec celle de $M'M_1$, est égale à celle de AO , donc constante, d'où la définition de cette transformation modifiée : *les points correspondants M et M_1 sont alignés sur O , et la projection orthogonale de MM_1 sur Ox est constante.*

Le point M est à l'infini : 1° si M_1 y est aussi; 2° si M_1 est sur Oy , en dehors de O , auquel cas M appartient à la parallèle à Oy menée par A .

Si (M_1) est une courbe d'ordre n , la courbe (M) a, d'après cela, n asymptotes parallèles à celles de (M_1) , plus autant d'asymptotes que (M_1) a de points de rencontre avec Oy , en dehors de O . Il suit de là que si (M_1) est une conique quelconque, (M) a quatre asymptotes dont deux parallèles à celles de (M_1) et deux confondues avec la parallèle à Oy menée par A . C'est donc une quartique. Comme d'ailleurs il n'y a, sur chaque droite issue de O , en dehors de ce point, que deux points correspondant aux deux points où elle rencontre la conique (M_1) , c'est que O est pour cette quartique (M_1) un point double.

Lorsque la conique (M_1) passe par O , une des asymptotes parallèles à Oy disparaît, ainsi qu'un des points sur chaque droite issue de O . On a une cubique unicursale ayant son point double en O .

Le mode de liaison entre les tangentes MT et M_1T aux courbes (M) et (M_1) résulte immédiatement de l'application d'un théorème que j'ai donné jadis (*N. A.*, 1886, p. 89). Il s'énonce comme suit : *Si la parallèle à Oy , menée par le point de rencontre T de ces tangentes, coupe la droite OMM_1 en I , on a, en grandeur et sens, $M_1I = OM$.*