

## Questions

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 17 (1917), p. 318-320

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1917\\_4\\_17\\_\\_318\\_2](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1917_4_17__318_2)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1917, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

### QUESTIONS.

---

2324. Soient  $ABC$  un triangle équilatéral inscrit dans un cercle de centre  $O$  et  $M$  un point pris sur l'arc  $BC$  de ce cercle. La droite  $MA$  coupe  $BC$  en  $\alpha$ . Démontrer que

$$\frac{1}{M\alpha} = \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}.$$

F. BALITRAND.

2323. Si, d'un point variable d'une droite fixe perpendiculaire à l'axe d'une parabole, on mène les trois normales à la courbe, l'hypocycloïde de Steiner du triangle formé par les centres de courbure correspondant aux pieds de ces normales reste tangente à une droite fixe.

R. GOORMAGHTIGH.

2326. Soient ABCD un quadrilatère inscrit dans un cercle O de rayon R; P le point de concours des diagonales;  $I_1, I_2, I_3, I_4$  les cercles inscrits aux triangles ABC, CDA, BCD, DAB, de rayons  $r_1, r_2, r_3, r_4$ ;  $r_{1a}, r_{1b}, r_{1c}$ , etc., les rayons des cercles exinscrits;  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  les centres des cercles des neuf points de ces triangles.

I. 1° Le quadrilatère  $I_1I_2I_3I_4$  est un rectangle dont les côtés sont deux à deux également inclinés sur ceux du quadrilatère ABCD;

2° Établir les relations

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &= r_3 + r_4; \\ \Sigma(r_{1a} + r_{2a}) &= \Sigma(r_{3a} + r_{4a}); \\ \overline{OI_1}^2 + \overline{OI_2}^2 &= \overline{OI_3}^2 + \overline{OI_4}^2; \\ \Sigma(\overline{OI_{1a}}^2 + \overline{OI_{2a}}^2) &= \Sigma(\overline{OI_{3a}}^2 + \overline{OI_{4a}}^2); \\ \sqrt{AI_1 \cdot BI_1 \cdot CI_1} + \sqrt{AI_2 \cdot CI_2 \cdot DI_2} \\ &= \sqrt{BI_3 \cdot CI_3 \cdot DI_3} + \sqrt{AI_4 \cdot BI_4 \cdot DI_4}; \\ \omega_2 I_1 + \omega_2 I_2 &= \omega_3 I_3 + \omega_4 I_4; \end{aligned}$$

3° 
$$\frac{r_1 r_2}{r_3 r_4} = \frac{AC}{BD}.$$

II. Soient  $\alpha\beta\gamma\delta$  le quadrilatère podaire de P par rapport à ABCD;  $A'B'C'D'$  le quadrilatère obtenu en traçant par A, B, C, D les parallèles à  $\alpha\delta, \alpha\beta, \beta\gamma, \gamma\delta$ . Posons  $OP = d$ .

1° On a les relations

$$\begin{aligned} \frac{\text{aire } \alpha\beta\gamma\delta}{\text{aire ABCD}} &= \frac{R^2 - d^2}{2R^2}; \\ \frac{\alpha\beta \cdot \gamma\delta}{\beta\gamma \cdot \delta\alpha} &= \left(\frac{BD}{AC}\right)^2. \end{aligned}$$

2° Le rapport de similitude des quadrilatères  $\alpha\beta\gamma\delta$  et  $A'B'C'D'$  est  $\frac{R^2 - d^2}{2R^2}$ .

3° La droite de Newton du quadrilatère  $\alpha\beta\gamma\delta$  et les diagonales du quadrilatère ABCD sont concourantes.

V. THÉBAULT.

2327. Si sur chaque rayon vecteur OM d'une lemniscate de centre O, on porte, à partir de O, une longueur égale au rayon de courbure de la courbe en M, le lieu des extrémités des longueurs ainsi obtenues est une hyperbole équilatère.

F. BALITRAND.

2328. Étant donnée une lemniscate de centre O et de sommet A, on mène un rayon vecteur quelconque OM et l'on projette le sommet A sur ce rayon vecteur en P :

1° Démontrer que l'aire du secteur de lemniscate AOM et l'aire du triangle OAP sont égales. En déduire un moyen de diviser un secteur de lemniscate en deux parties équivalentes, avec la règle et le compas et sans supposer la courbe tracée.

2° La perpendiculaire élevée en O à OM et la normale en M à la courbe se coupent en Q. Démontrer que l'aire du triangle MOQ est double de celle du triangle AOP.

F. BALITRAND.