

Anciennes questions non résolues

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 16
(1916), p. 287-288

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1916_4_16__287_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1916, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ANCIENNES QUESTIONS NON RÉSOLUES.

383 (1857, 182). — Soient donnés dans un même plan :
 1° une courbe algébrique par une équation de degré n ; 2° un triangle dont les côtés sont représentés par les trois équations linéaires

$$p = 0, \quad q = 0, \quad r = 0;$$

d'un point quelconque M , pris sur la courbe, abaissons sur les côtés du triangle p, q, r respectivement les perpendiculaires P, Q, R ; construisons une seconde courbe dont les points aient pour coordonnées $\frac{P}{R}, \frac{Q}{R}$; démontrer : 1° que la seconde courbe est aussi de degré n ; 2° que l'équation de l'enveloppe de la droite qui joint deux points correspondants M, m des deux courbes est de degré $2n$.

400 (1857, 391). — Soit u une fonction rationnelle et entière du degré n d'un nombre quelconque de variables $x, y, z, \dots$, et soient $du, d^2u, \dots, d^nu$ les différentielles successives qu'on obtient, mais en supposant que $dx, dy, dz, \dots$ sont constantes ⁽¹⁾. Formons l'équation

$$\begin{aligned} t^n d^n u + u t^{n-1} d^{n-1} u + n(n-1) t^{n-2} d^{n-2} u \\ + n(n-1)(n-2) t^{n-3} d^{n-3} u + \dots \\ + n(n-1)(n-2) \dots 2 t du \\ + n(n-1)(n-2) \dots 2.1 u = 0. \end{aligned}$$

⁽¹⁾ Alors du renferme dx, dy, dz ; d^2u renferme $dx^2, dx dy, dy^2, \dots$ et $d^{n+1}u = 0$.

Formons une fonction symétrique *quelconque* rationnelle et entière des *différences* des racines de cette équation; sa valeur est une fonction entière des coefficients $d^n u, d^{n-1} u, d^{n-2} u, \dots, du, u$ et, par conséquent, une fonction de $x, y, z, \dots, dx, dy, dz$; si l'on différencie cette dernière fonction en traitant $dx, dy, dz, \dots$ comme des constantes, on trouve un résultat *identiquement* nul. MICHAEL ROBERTS.

NOTE DU RÉDACTEUR.

Exemple. — Soit

$$\begin{aligned} n &= 2, & u &= ax^2 + by^2 + cz^2, \\ du &= 2(ax\,dx + by\,dy + cz\,dz), \\ d^2u &= 2(a\,dx^2 + b\,dy^2 + c\,dz^2); \end{aligned}$$

l'équation en t est $t^2 d^2 u + 2t\,du + 2u = 0$. Choisissons comme fonction symétrique la somme des carrés des différences des racines; cette somme est

$$\begin{aligned} 4(du^2 + 2u\,d^2u) &= -16[ab(x\,dy - y\,dx)^2 \\ &\quad + ac(x\,dz - z\,dx)^2 + bc(y\,dz - z\,dy)^2]; \end{aligned}$$

différentiant cette valeur en regardant dx, dy, dz comme constantes, le résultat est *identiquement* nul.