

R. BOUVAIST

Sur la détermination de la tangente en un point de certaines courbes planes

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 16 (1916), p. 269-271

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1916_4_16__269_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1916, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[O'2b, e]

**SUR LA DÉTERMINATION DE LA TANGENTE EN UN POINT
DE CERTAINES COURBES PLANES ;**

PAR M. R. BOUVAIST.

Il s'est glissé dans la première partie d'une étude sur ce sujet (*Nouvelles Annales*, 1914, p. 337-354), étude dont les circonstances m'avaient empêché de revoir les épreuves, quelques erreurs que je me propose de corriger.

THÉORÈME. — *Soient $f + \lambda\varphi$ un faisceau linéaire de courbes planes algébriques, les courbes de base f et φ étant de degrés m et n , et Γ la courbe du faisceau passant par un point O du plan; la tangente à Γ en O passe par l'intersection des droites homothétiques par rapport à O , dans les rapports $\frac{1}{m}$ et $\frac{1}{n}$, des droites polaires de O par rapport à f et φ .*

Soient en effet

$$\begin{aligned} f &= f_m + f_{m-1} + \dots + Ax^2 + 2Bxy \\ &\quad + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \\ \varphi &= \varphi_n + \varphi_{n-1} + \dots + A'x^2 + 2B'xy \\ &\quad + C'y^2 + 2D'x + 2E'y + F' = 0. \end{aligned}$$

La tangente à Γ en O est

$$F'(Dx + Ey) - F(D'x + E'y) = 0;$$

les droites polaires de O par rapport à f et φ étant

$$2Dx + 2Ey + mF = 0,$$

$$2D'x + 2E'y + nF' = 0,$$

la proposition est démontrée.

On en déduit immédiatement les propositions suivantes :

1° La tangente en un point quelconque d'une courbe du troisième ordre passe par l'intersection de la droite joignant les points d'intersection à distance finie de la courbe et des asymptotes avec l'homothétique dans le rapport $\frac{1}{3}$ de la droite polaire du point considéré par rapport aux asymptotes.

2° La tangente en un point d'une courbe du quatrième ordre passe par l'intersection de la polaire du point considéré par rapport à la conique passant par les points d'intersection à distance finie de la courbe avec ses asymptotes, avec l'homothétique dans le rapport $\frac{1}{2}$ par rapport au point considéré, de la polaire de ce point par rapport aux asymptotes.

Exemples :

1. Soit Γ une cubique admettant une asymptote de rebroussement Δ et une asymptote simple rencontrant la courbe en A ; soient M un point de la courbe, O le point d'intersection de D et Δ ; la parallèle à D menée par M coupe Δ en M_1 ; prenons $\overline{MM_1} = \frac{3}{2} MM_1$, la parallèle à OM_1 menée par le milieu μ de MM_1 rencontre la parallèle à Δ menée par A en T , TM est la tangente à Γ en M .

β. Soit Γ une cubique circulaire de foyer singulier F , admettant la droite D pour asymptote, soit M un point de la courbe, soit enfin Δ la perpendiculaire menée à MF en F , la parallèle à Δ menée par M coupe D en M_1 , la parallèle à D menée par M coupe Δ en M_2 , μ étant le milieu de MM_2 , la droite μM_1 rencontre la tangente à Γ en F en T , MT est la tangente à Γ en M .

γ. Soit Γ une quartique bicirculaire à asymptotes d'inflexion; soient M un point de cette courbe, F et F' ses foyers singuliers; la tangente en M à Γ est parallèle à la polaire de M par rapport aux perpendiculaires en F et F' à MF et MF' .
