

## Certificats d'astronomie

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 15 (1915), p. 80-96

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1915\\_4\\_15\\_\\_80\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__80_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1915, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---



---

**CERTIFICATS D'ASTRONOMIE.**


---

**Alger.**

**ÉPREUVE ÉCRITE.** — *Étant connue la position d'une étoile rapportée à l'équateur et à l'équinoxe moyen d'une époque donnée, établir les formules qui permettent :*

1° *De ramener l'ascension droite et la déclinaison de l'étoile à un autre équinoxe moyen;*

2° *De passer de la position moyenne au commencement de l'année à la position vraie à un jour donné.*

**ÉPREUVE PRATIQUE.** — 1° *Observation réelle du Soleil au théodolite. (Correction.)*

2° *Observation réelle d'étoile au méridien. (Correction.)*  
(Juin 1912.)

**Besançon.**

**ÉPREUVE THÉORIQUE.** — I. *Mouvements des corps célestes. — Cause initiale du mouvement parabolique. Loi du mouvement sur la parabole. Principe de la méthode d'Olbers pour la détermination d'une orbite parabolique. (L'exposé du principe n'implique nullement le développement des formules du calcul proprement dit de l'orbite.)*

II. *Réfraction astronomique. — De l'équation de Laplace mise sous la forme*

$$d\theta = - \frac{\alpha(1-S) \operatorname{tang} z \frac{d\rho}{\rho_0}}{\left[ 1 - 2\alpha \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) \right] \sqrt{1 - 2 \left[ \frac{\alpha}{\cos^2 z} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) - \left( S - \frac{s^2}{2} \right) \operatorname{tang}^2 z \right]}}$$

*déduire les termes du premier et du deuxième ordre*

$$\begin{aligned} d\theta = & - \alpha \operatorname{tang} z \frac{d\rho}{\rho_0} - \alpha^2 \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) (3 \operatorname{tang} z + \operatorname{tang}^3 z) \frac{d\rho}{\rho_0} \\ & + \alpha S (\operatorname{tang} z + \operatorname{tang}^3 z) \frac{d\rho}{\rho_0}, \end{aligned}$$

et intégrer

$\alpha$  = constante de la réfraction,

$\rho$  = densité de l'air,

$$S = 1 - \frac{r_0}{r}.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Établir la formule approchée*

$$E = M + \frac{(e'') \sin M}{\sqrt{1 - 2e \cos M + e^2}},$$

$$e'' = \frac{e}{\sin 1''},$$

qui donne l'anomalie excentrique E en fonction de l'anomalie moyenne M et calculer E par la série qui provient du développement de  $(1 - 2e \cos M + e^2)^{-\frac{1}{2}}$  en se bornant pour celle-ci aux termes du troisième ordre en e.

Appliquer ensuite au calcul du rayon vecteur r et de l'anomalie vraie W de la planète Amalthee (113) à la date de juillet 30, 0, 1912, sachant que l'on a pour les éléments d'Amalthee :

Époque = 1912, juillet 10, 0;

M = 81° 17' 40", 2;

.....;

$\varphi$  = 5° 2' 16", 2;

$\mu$  = 968", 91086;

$\log \alpha$  = 0,3758152.

(Juin 1912.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Exposer les formules fondamentales du mouvement d'un seul corps autour du Soleil en se limitant au cas d'une orbite planétaire.*

*Esquisser brièvement la suite des opérations à effectuer pour passer des positions héliocentriques aux positions géocentriques.*

II. *Phénomène d'aberration. — Étudier particulièrement l'effet de l'aberration dans le mouvement diurne. Formules usuelles.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — On donne les  $R$  de la Lune aux dates suivantes :

		h	h	m	s
1913. Novembre 5.	5.	0...	20.	51.	9,62
		6...	21.	3.	26,71
		12...	21.	15.	30,05
		18...	21.	27.	20,36
» 6.	6.	0...	21.	38.	58,44
		6...	21.	50.	25,15
		12...	22.	1.	41,37
		18...	22.	12.	48,04
» 7.	7.	0...	22.	23.	46,10
		6...	22.	34.	36,52
		12...	22.	45.	20,26
		18...	22.	55.	58,30
» 8.	8.	0...	23.	6.	31,63
		6...	23.	17.	1,23
		12...	23.	27.	28,06
		18...	23.	37.	53,10
		24...	23.	48.	17,33

On demande ensuite :

1°  $L'R$  d'heure en heure de novembre 5,0 à novembre 8, 12<sup>h</sup> 0<sup>m</sup> ;

2° La variation en  $R$  pour 1 minute de novembre 6,0 à novembre 8, 12<sup>h</sup> 0<sup>m</sup>. (Novembre 1912.)

### Bordeaux.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — Calcul des éléments d'une orbite circulaire connaissant à deux époques les directions géométriques d'un astre.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Graduation d'un polarimètre d'Arago. Utilisation de cette graduation pour déterminer la proportion de lumière polarisée dans un faisceau donné. Sensibilité de la méthode. (Juin 1912.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — Extension de la loi d'attraction de Newton aux étoiles doubles. Résultats des observations. Forme très probable des orbites, problème de Bertrand.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Analyse spectroscopique d'une source lumineuse. (Juin 1913.)

**Caen.**

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Problème des deux corps.*

*Détermination du temps dans le cas de la trajectoire parabolique.*

II. *Développer en série suivant les puissances de  $h$ , supposé petit, la variable  $x$  définie par la relation*

$$\cos x = \cos(\alpha + h).$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — *La Connaissance des Temps fournit les indications suivantes pour un jour donné :*

*A midi moyen, à Paris :*

Longitude héliocentrique de Mars .....	69° 49' 53", 1
Latitude héliocentrique de Mars .....	0° 40' 7", 4
Logarithme du rayon vecteur .....	0,1833129
Longitude du Soleil .....	223° 14' 14", 4
Latitude du Soleil .....	0", 57
Logarithme du rayon vecteur de la Terre .....	1,9959902

*Calculer la longitude géocentrique de Mars, ainsi que la distance de Mars à la Terre. (Novembre 1911.)*

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Calcul de la réfraction astronomique.*

II. *Définition et calcul de l'erreur moyenne d'une observation.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *En considérant la Terre comme une sphère de rayon  $R = 6378000^m$ , on demande de calculer les éléments d'un triangle tracé sur cette sphère, dans lequel on donne*

$$A = 52^\circ 25' 43", 7;$$

$$B = 65^\circ 49' 3", 6;$$

$$C = 95,452^m, 69;$$

*en s'appuyant sur le théorème de Legendre.*

(Novembre 1912.)

**Clermont.**

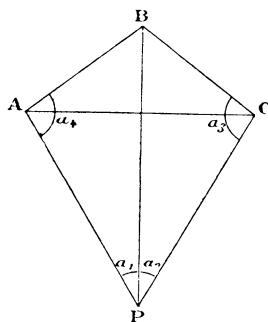
ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Exposer, dans ses traits essentiels, l'étude du mouvement de rotation de la Terre autour de son centre par la méthode de Laplace. Indiquer ses résultats relativement aux phénomènes de précession et de nutation.*

II. *Description et usage du théodolite.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *La longitude d'une étoile est  $56^{\circ} 16' 17''$  et sa latitude  $9^{\circ} 19' 27''$ . On demande de calculer son ascension droite et sa déclinaison. On prendra l'obliquité de l'écliptique égale à  $23^{\circ} 27'$ . (Juin 1912.)*

**Grenoble.**

COMPOSITION. — I. *Détermination du méridien à l'aide d'une étoile dont le plan vertical a été déterminé à une heure sidérale connue. Influence d'une erreur  $\theta$  sur cette*



*heure. Conditions dans lesquelles on peut opérer de façon à rendre négligeable l'influence de cette erreur de l'heure, et résolution du problème de l'orientation dans ces conditions.*

II. *Pour rattacher un signal accessible P à un triangle ABC exactement connu, on mesure les angles*

$$APB = a_1, \quad BPC = a_2, \quad BCP = a_3.$$

Déduire de ces mesures les valeurs les plus probables des angles  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  et de l'angle  $\alpha_4 = \text{BAP}$ .

Résoudre la même question en supposant qu'on ait aussi mesuré l'angle  $\alpha_4$ .

ÉPREUVE PRATIQUE. — En un lieu de latitude  $\lambda = 45^\circ 11' 22''$ , l'heure sidérale étant  $H_s = 11^{\text{h}} 9^{\text{m}} 9^{\text{s}}$ , on a trouvé, sur le cercle horizontal du théodolite, pour azimut relatif d'une étoile,  $A_0 = 108^\circ 10' 30''$ , la graduation du cercle étant rétrograde. L'étoile a pour coordonnées

$$R = 6^{\text{h}} 51^{\text{m}} 18^{\text{s}}, \quad (D) = 50^\circ 13' 54'', 9.$$

1° Calculer l'azimut  $A_m$  du méridien, côté nord, sur le cercle du théodolite;

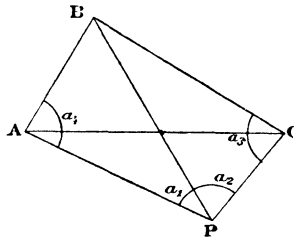
2° Déterminer l'erreur qui affectera cet azimut si le chronomètre retarde de 1 seconde;

3° Chercher à quelle heure l'observation aurait dû être faite pour rendre insensible l'influence de l'erreur du chronomètre, et calculer à ce moment l'azimut vrai de l'étoile par rapport au méridien. (Juillet 1911.)

COMPOSITION. — Éléments d'une planète. Leur détermination pour une planète dont on possède une longue suite d'observations.

Les éléments d'une planète étant connus, calculer ses coordonnées équatoriales  $R$ ,  $(D)$  pour une époque donnée  $t$ .

ÉPREUVE PRATIQUE. — Les angles  $A$ ,  $B$ ,  $C$  d'un triangle



plan étant exactement connus, et P étant un signal exté-

rieur au triangle, on mesure les angles

$$APB = a_1, \quad BPC = a_2, \quad PCB = a_3, \quad BAP = a_4.$$

Les mesures comportant des erreurs, on demande de calculer les valeurs les plus probables  $a_1, a_2, a_3, a_4$ .

Données numériques :

$$\begin{aligned} A &= 60.39'.32'', & a_1 &= 55.38'.2'', \\ B &= 81.9.0, & a_2 &= 112.32.52, \\ C &= 38.11.28, & a_3 &= 45.54.4, \\ & & a_4 &= 64.46.10. \end{aligned}$$

On calculera d'autre part quelles auraient dû être les valeurs de  $a_3$  et de  $a_4$ , si les valeurs de  $a_1$  et de  $a_2$  avaient été exactes. (Juillet 1912.)

COMPOSITION. — *Théorie du temps moyen. Équation du temps. Discussion : l'équation du temps s'annule quatre fois par an.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Orientation à l'aide d'une étoile. Emploi d'une étoile polaire. Heure à laquelle il convient de faire l'observation pour que l'erreur du chronomètre soit sans influence sensible. Azimut correspondant de l'étoile.*

Application numérique :

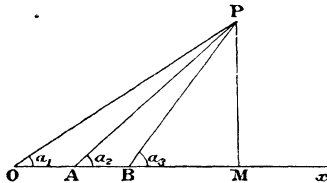
$$R = 1^h 16^m 41^s, 49;$$

$$\varnothing = 88^\circ 41' 26'';$$

$$\lambda = 45^\circ 11' 22''.$$

(Novembre 1912.)

COMPOSITION. — *Influence de l'aberration sur les coor-*



données équatoriales  $R$  et  $\varnothing$  d'une étoile. Aberration



annuelle en  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{Q}$ . Aberration annuelle en longitude et en latitude. *Orbite d'aberration.*

*Influence de l'aberration diurne sur le moment du passage apparent d'une étoile au méridien d'un lieu.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Rattachement d'un point P à une base Ox à l'aide de trois observations faites de trois points O, A, B de cette base.*

*Mesures effectuées :*

$$\begin{array}{ll} \text{OA} = a = 1435^{\text{m}},81, & \text{POX} = a_1 = 47.27'.42'', \\ \text{OB} = b = 2186,43, & \text{PAX} = a_2 = 59.55.45, \\ & \text{PBX} = a_3 = 68.8.20. \end{array}$$

1° On calculera le côté du triangle d'erreur des observations qui est dirigé vers le point O. et l'on figurera ce triangle.

2° On compensera de la façon la plus probable les angles mesurés  $a_1, a_2, a_3$  de façon à assurer la convergence des rayons OP, AP, BP, et l'on calculera alors les valeurs de  $\text{OM} = x, \text{MP} = y$ .

3° On calculera la longueur du côté dirigé vers O du triangle d'erreur qui pourra subsister après la compensation. (Juillet 1913.)

Lille.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. 1° *Équation de Kepler.*

2° *Étude de la chromosphère en dehors des éclipses.*

II. *Indiquer combien de relations et quelles relations doivent exister dans le problème des deux corps entre les douze coordonnées (cartésiennes) et projections des vitesses à un instant quelconque pour que les deux corps se choquent dans le mouvement étudié : 1° antérieurement et postérieurement à l'instant considéré; 2° postérieurement à l'instant considéré.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *On examine, au moment de l'opposition, le spectre d'une planète de diamètre apparent notable. On suppose qu'à ce moment l'axe de rotation  $\Delta$  de la planète est dans un plan perpendiculaire à la ligne de visée. On dispose la fente perpendiculairement à  $\Delta$ .*

On étudie la région du spectre voisine de  $\lambda = 0\mu,5$ . Dans cette région, deux raies dont les longueurs d'onde diffèrent de  $0\mu,0001$  sont séparées sur la plaque par un intervalle de  $1\text{mm}$ . La hauteur du spectre est  $2\text{mm}$ . La vitesse équatoriale de la planète est  $10\text{km}$  par seconde. Calculer l'inclinaison des raies de Fraunhofer et celle des raies dues à l'absorption par l'atmosphère de la planète.

( Juillet 1913. )

**Marseille.**

COMPOSITION. — Exposer le calcul de l'ascension droite et de la déclinaison géocentriques d'une planète, connaissant les éléments de son orbite et sa position à une date sur cet orbite. Constantes de Gauss. Construction d'une éphéméride de la planète.

ÉPREUVE PRATIQUE. — A la date 1875,0 les coordonnées moyennes de l'étoile  $\alpha$  de l'Aigle sont :

Ascension droite.....	$19^{\text{h}} 44^{\text{m}} 39^{\text{s}}, 31$
Déclinaison boréale.....	$8^{\circ} 32' 14'', 7$

Calculer ses coordonnées moyennes à la date 1825,0.

On rappelle aux candidats que la précession annuelle en ascension droite et en déclinaison a pour expressions

$$m + n \operatorname{tang} \delta \sin \alpha,$$

$$n \cos \alpha,$$

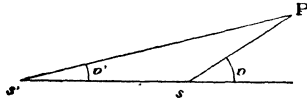
et l'on sait qu'on a, à la date de 1850,0, les valeurs

$$m = 46'', 0593 \quad (\text{en arc}).$$

$$n = 20'', 0515$$

( Juin 1912. )

ÉPREUVE THÉORIQUE. — Une planète P décrit, suivant les



lois de Kepler, une orbite elliptique de foyers S et S', le Soleil étant supposé en S.

1° Démontrer que les vitesses angulaires  $\frac{dv}{dt}$  et  $\frac{dv'}{dt}$  des rayons vecteurs SP et S'P sont données par les formules

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(1 + e \cos v)^2 n}{(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad \frac{dv'}{dt} = \frac{(1 + e \cos v)^2 n}{(1 + 2e \cos v + e^2)(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}},$$

dans lesquelles  $e$  désigne l'excentricité de l'orbite,  $n$  le moyen mouvement horaire de P,  $v$  l'anomalie vraie de P,  $v'$  l'angle  $\widehat{SS'P}$ ,  $t$  le temps mesuré en heures de temps moyen.

Trouver les maximums et les minimums de ces vitesses quand P parcourt son orbite.

2° Trouver les développements de  $\frac{dv}{dt}$  et de  $\frac{dv'}{dt}$  suivant les puissances de  $e$  jusqu'aux termes en  $e^3$  exclusivement et montrer que le mouvement du rayon vecteur S'P est uniforme en supposant  $e^2$  négligeable.

3° Dans le cas où l'on a  $e = 0,05491$  et  $n = 32'56'',45$ , calculer l'écart entre le maximum et le minimum de  $\frac{dv}{dt}$  et l'écart analogue pour  $\frac{dv'}{dt}$ .

ÉPREUVE PRATIQUE. — En un certain lieu, on a trouvé pour la hauteur du Soleil  $63^\circ 56' 50''$  l'heure moyenne étant  $0^h 49^m 25^s$ , et le temps moyen à midi vrai  $1^m 30^s$ . La déclinaison du Soleil est  $23^\circ 27'$ . Quelle est la latitude du lieu?

(Novembre 1912.)

COMPOSITION ÉCRITE. — 1° Expliquer ce que l'on appelle inclinaison, collimation et azimut d'une lunette méridienne. Montrer comment on détermine ces trois constantes.

2° Dans une orbite parabolique, démontrer que le cercle passant par le foyer, le sommet et un point M de la parabole, détermine sur la tangente au sommet un segment proportionnel au temps mis par l'astre pour aller du périhélie au point M de la parabole.

N. B. — On rappelle aux candidats que, dans une orbite parabolique, l'anomalie vraie  $v$  est liée au temps correspondant  $t$  par la formule

$$\frac{1}{3} \tan^3 \frac{v}{2} + \tan \frac{v}{2} = \frac{h}{q^2} (t - T),$$

dans laquelle  $h$  désigne la constante des aires,  $q$  la distance périhélie et  $T$  l'époque du passage de l'astre au périhélie.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Pour une planète, la longitude vraie dans l'orbite est

$$180^{\circ} 15' 20'',$$

l'inclinaison

$$6^{\circ} 23' 10''$$

et la longitude du nœud

$$128^{\circ} 11' 50''.$$

Calculer la longitude et la latitude héliocentriques.

(Juin 1913.)

COMPOSITION ÉCRITE. — 1° Exposer la théorie des parallaxes pour les planètes. Influence de la parallaxe sur les observations méridiennes et sur les observations équatoriales.

2° Négligeant l'excentricité de l'orbite apparente du Soleil, on suppose que cette orbite soit un cercle incliné de  $23^{\circ} 27'$  sur le plan de l'équateur. Trouver ce que devient dans ce cas l'équation du temps. Établir une formule permettant de calculer cette équation en fonction de la longitude du Soleil et trouver les zéros, les maximums et les minimums de cette quantité.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Sur une sphère dont le rayon est  $10^m$ , les côtés d'un triangle sphérique sont respectivement  $3^m$ ,  $4^m$  et  $5^m$ .

Calculer les angles de ce triangle avec la précision que comportent les tables à cinq décimales.

(Novembre 1913.)

### Montpellier.

ÉPREUVE ÉCRITE. — Définition et principales propriétés des fonctions de Bessel. En particulier, démontrer les formules

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi,$$

où  $J_n(x)$  désigne la  $n^{\text{ième}}$  fonction de Bessel. Indiquer (sans détails, ni calculs) quelques applications à l'Astronomie.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Résoudre par la méthode de Kœnigs l'équation de Kepler

$$u - e \sin u = \zeta$$

pour

$$\zeta = 31^\circ, \quad \log e = \bar{1}, 38976.$$

Au bout de deux (ou trois) applications de la méthode, dire sur quelle approximation on peut compter.

(Juin 1913.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — Mouvement parabolique des comètes. Détermination du temps. Détermination des éléments paraboliques connaissant, dans l'espace, la position et la vitesse de la comète à l'instant  $t_0$ .

ÉPREUVE PRATIQUE. — A une date déterminée, les coordonnées astronomiques d'une étoile E sont  $R = 19^\circ 20'$ ,  $\text{déclin.} = 7^\circ 31'$ . Calculer l'ascension droite de l'étoile équatoriale qui se lève en même temps que E. Quelle est la différence des azimuts des deux étoiles au moment de leur lever? La latitude du lieu de l'observation est  $50^\circ 38' 14''$ .

(Novembre 1912.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — Montrer comment on peut déterminer les éléments d'une orbite elliptique quand on a la position  $X_0 Y_0 Z_0$  et la vitesse  $X'_0 Y'_0 Z'_0$  à un instant donné  $t_0$ .

ÉPREUVE PRATIQUE. — Résoudre l'équation de Kepler

$$u - e \sin u = \zeta$$

pour les valeurs suivantes de  $e$  et de  $\zeta$ :

$$\log e = \bar{1}, 42369, \quad \zeta = 19^\circ 35' 40''.$$

Poursuivre les calculs jusqu'à être assuré que l'erreur commise sur  $u$  ne dépasse pas 2' en valeur absolue. Combien faudrait-il faire d'approximations ultérieures pour obtenir une erreur au plus égale à 1"? (Juin 1913.)

**ÉPREUVE ÉCRITE.** — *Exposer dans ses grandes lignes la solution du problème des deux corps dans l'espace. Introduire les éléments d'une orbite dans le mouvement relatif d'une planète autour du Soleil, et expliquer comment on fixe à un instant donné la position de la planète sur son orbite.*

*Note.* — *On admettra, sans rappeler la démonstration, que l'équation de Kepler a une solution et une seule; et l'on ne parlera pas des procédés de calcul de cette solution.*

**ÉPREUVE PRATIQUE.** — *En un lieu donné, on admettra que le crépuscule commence lorsque le Soleil atteint l'horizon, et qu'il se termine lorsque le Soleil possède une hauteur égale à  $-18^\circ$  (c'est-à-dire lorsque l'angle du rayon visuel passant par le Soleil, avec l'horizon, est égal à  $-18^\circ$ ). Ceci posé, on demande quelle est la latitude des lieux terrestres pour lesquels le jour où la déclinaison du Soleil est  $D$ , le crépuscule cesse à  $7^h$  de temps vrai?*

*Cette latitude existe-t-elle toujours, quelle que soit la valeur de  $D$ ? Donnant à  $D$  une valeur numérique (au choix du candidat) telle que le problème soit possible, calculer la latitude correspondante.*

(Novembre 1913.)

### Nancy.

**ÉPREUVE ÉCRITE.** — *On considère trois axes de coordonnées ayant leur origine au centre  $T$  de la Terre :  $Tz$  parallèle à la direction  $LS$  qui va du centre de la Lune au centre du Soleil;  $Ty$  mené perpendiculairement à  $Tz$  dans le plan passant par  $Tz$  et l'axe  $TP$  de la Terre, mais de manière à faire un angle aigu avec  $TP$ ,  $P$  étant le pôle boréal; enfin  $Tx$  perpendiculaire au plan  $yTz$ , de manière que le trièdre  $Txyz$  présente la disposition directe.*

*Soit une époque voisine de celle du milieu d'une éclipse de Soleil. Calculer pour cette époque :*

- 1° *L'ascension droite  $R$  et la déclinaison  $\odot$  de  $Tz$ ;*
- 2° *Les coordonnées  $x, y, z$  du centre de la Lune;*
- 3° *Les coordonnées  $\xi, \eta, \zeta$  d'un lieu terrestre  $M$ ;*
- 4° *Les demi-angles au sommet des cônes d'ombre et de*

pénombre, ainsi que les rayons de leurs traces sur le plan  $xTy$ ;

5° Les rayons de leurs traces sur le plan parallèle au plan  $xTy$  mené par le lieu M;

6° Les valeurs des quatre dérivées  $x', y', \xi', \eta'$  prises par rapport au temps. Déduire de là l'heure approximative d'un contact des disques lunaire et solaire ainsi que l'angle au pôle correspondant.

On aurait, pour l'époque considérée, les coordonnées équatoriales géocentriques A et D de la Lune, et celles A' et D' du Soleil, les distances  $r$  et  $r'$  de ces deux astres à la Terre, l'angle horaire H de la direction Tz par rapport au premier méridien.

On aurait d'ailleurs aussi les rayons linéaires R et R' de la Lune et du Soleil, ainsi que les coordonnées géographiques du lieu M et sa distance  $\rho$  au centre de la Terre.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Appliquer le théorème de Legendre à la résolution du triangle géodésique tracé sur une sphère de  $6370^{\text{km}}$  de rayon, dont les côtés ont pour longueur  $700^{\text{km}}$ ,  $550^{\text{km}}$ ,  $300^{\text{km}}$ . (Juin 1911.)

I. Nutation de l'axe de la Terre. On fera abstraction du déplacement séculaire de l'écliptique.

II. On considère une éclipse de Lune. Calculer les heures des contacts, les angles au pôle de ces contacts, ainsi que l'heure de la plus courte distance des centres.

III. Expliquer comment on peut déterminer les éléments elliptiques d'une planète à l'aide de trois observations. (Juin 1912.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — 1° Détermination de la figure de la Terre.

2° Dans un triangle sphérique, on connaît un côté  $c$ , la différence  $a-b$  des deux autres, et la somme  $A+B$  des angles opposés. Déterminer les côtés  $a$ ,  $b$  et les angles A, B, C.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *A Nancy, dont la latitude est*

$$\varphi = 48^{\circ}41'31'',$$

*on a observé à un certain instant l'azimut A et la distance zénithale z d'une étoile*

$$A = 225^{\circ}43'20'', \quad z = 25^{\circ}44'30''.$$

*Calculer l'heure sidérale de cet instant. On donne l'ascension droite R de l'étoile*

$$R = 9^{\circ}17'12'', 25.$$

(Octobre 1912.)

I. *Connaissant les dimensions de l'ellipsoïde terrestre et la latitude géographique  $\varphi$  d'un point de cet ellipsoïde, trouver la latitude géocentrique de ce point, sa distance au centre de la Terre et le rayon de courbure de l'ellipse méridienne au même point. Longueur du mètre.*

II. *Nutation de l'axe de la Terre.*

III. *Aberration annuelle des étoiles.* (Juin 1913.)

I. *Expliquer en détail comment on établit que le mouvement des planètes satisfait aux trois lois de Kepler.*

II. *On considère une éclipse de lune. Calculer les heures des contacts, les angles au pôle de ces contacts, ainsi que l'heure de la plus courte distance des centres.*

(Octobre 1913.)

### Rennes.

COMPOSITION ÉCRITE. — *Réfraction astronomique.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Résoudre un triangle sphérique connaissant les trois côtés :*

$$a = 38^{\circ}17'20'',$$

$$b = 50^{\circ}12'38'',$$

$$c = 57^{\circ}34'18''.$$

*(a et c sont donnés en degrés, b en grades.)*

(Juin 1911.)



( 95 )

COMPOSITION ÉCRITE. — *Différents systèmes de coordonnées astronomiques. Changement de coordonnées.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Résoudre un triangle sphérique connaissant deux côtés  $b$ ,  $c$  et l'angle compris  $A$  :*

$$b = 98^{\circ}1830,$$

$$c = 49^{\circ}2135,$$

$$A = 51^{\circ}1532.$$

( Novembre 1911. )

COMPOSITION ÉCRITE. — *Éclipses.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *On donne les trois côtés d'un triangle sphérique*

$$a = 65^{\circ}27'18''32;$$

$$b = 84^{\circ}35'26''84;$$

$$c = 95^{\circ}43'53''76 :$$

1<sup>o</sup> *Calculer les angles  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .*

2<sup>o</sup> *Quels accroissements éprouvent ces trois angles quand les côtés reçoivent les petits accroissements respectifs :*

$$\Delta a = 3''2; \quad \Delta b = -4''5; \quad \Delta c = 6''7.$$

( Juin 1912. )

### Toulouse.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Construction d'une éphéméride donnant les coordonnées équatoriales géocentriques d'une planète.*

II. *Définition et détermination des constantes instrumentales du cercle méridien.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer, en temps moyen, l'heure du lever de l'étoile  $\alpha$  Dauphin, le 30 mai 1910. On trouvera les coordonnées de cette étoile, pour cette date, dans la Connaissance des Temps de 1910 (p. 499). On tiendra compte de l'effet de la réfraction. On adoptera, pour lieu,*

Toulouse (Observatoire), dont on prendra la position géographique, page 14\* de la Table de la Connaissance des Temps.  
(Juillet 1911.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. Interpolation; différences; formule de Newton et formules analogues. Application aux Tables astronomiques; on insistera, en particulier, en se servant de la Connaissance des Temps, sur le cas de la Lune.

II. Emploi du niveau des collimateurs et du bain de mercure dans les cercles méridiens.

ÉPREUVE PRATIQUE. — On donne ci-dessous les ascensions droites  $A$ ,  $A'$  du Soleil et de Vénus pour midi moyen de Paris du 5 au 7 juillet 1912.

1° On demande, en temps moyen de Paris, pour quel instant on a  $A = A'$  et quelle est cette valeur commune de l'ascension droite des deux astres.

2° Transformer le temps moyen trouvé pour l'instant considéré en temps sidéral de Paris.

3° Dans quel méridien se trouvent les deux astres au moment de cette conjonction, sachant que le temps sidéral à midi moyen, à Paris, le 5 juillet 1912 est égal à  $6^{\text{h}}52^{\text{m}}25^{\text{s}}$ .

	Soleil.			Vénus.		
	h	m	s	h	m	s
1912 juillet 5.....	6.	56.	43,06	6.	56.	15,32
»	6.....	7.	0.49,89	7.	1.	36,12
»	7.....	7.	4.56,38	7.	6.	56,49

(Juillet 1912.)