

Exercices (agrégation)

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 15 (1915), p. 365-367

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__365_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1915, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

EXERCICES (AGRÉGATION).

Calcul.

En axes rectangulaires, une surface (S) est enveloppée par le plan d'équation :

$$x \cos \varphi \cos \psi + y \cos \varphi \sin \psi + z \sin \varphi \\ = (\cos \varphi + \sin \varphi) \sin 2 \psi + (2 + \cos 2 \varphi + \sin 2 \varphi) (1 - \cos 2 \psi);$$

déterminer celles des normales de cette surface qui passent par l'origine des coordonnées. (L'équation du troisième degré dont dépend la question pourra être résolue trigonométriquement.)

Mécanique.

1° Une courbe (C) située dans un plan Oxy , rapporté à des axes rectangulaires (Ox, Oy), est assujettie à se déplacer en restant en contact avec la droite fixe Ox , au point fixe O . Comment peut-on définir cinématiquement le mouvement du plan de la courbe (C) sur le plan fixe Oxy ?

2° Soit (Γ) la roulette engendrée par un point A invariablement lié à la courbe (C); on impose la courbe (Γ) et l'on demande de déterminer les courbes (C) correspondantes.

On examinera, en particulier, le cas où la roulette imposée est une ligne droite et le cas où cette même courbe imposée est la parabole d'équation

$$x = 1 + y^2.$$

3° La courbe imposée (Γ) est une circonférence. Discuter les courbes correspondantes (C). Examiner si l'une des courbes (C) peut admettre une inflexion ou une singularité.

Plus particulièrement encore, on suppose que la circonférence (Γ) imposée est une circonférence tangente à l'axe Oy au point O ; construire alors et essayer de définir géométriquement les courbes correspondantes (C).

1° Dans un plan vertical, déterminer une courbe plane sur laquelle un point matériel **pesant**, assujéti à rester sans frottement, exerce une **pression** constante.

Quel est l'hodographe des vitesses? Déterminer la loi du mouvement.

2° Étudier tout particulièrement le cas où la pression serait égale au poids du point matériel.

3° Une des courbes du 2° étant supposée matérialisée, on place sur elle un point matériel **pesant**. Quelles sont les modifications qui doivent être apportées aux calculs précédents, si l'on admet l'existence d'un frottement dont le coefficient f est très petit?

4° Dans un plan vertical, un fil est enroulé sur une courbe à déterminer, le fil se détache tangentiellement de cette courbe, la portion rectiligne du fil portant, à son extrémité libre, un point **pesant**. On propose de déterminer la courbe sur laquelle est enroulée une partie de ce fil, de manière que le pendule ainsi réalisé, analogue au *pendule* cycloïdal bien connu, soit *un pendule à tension constante*. Quelle est la loi du mouvement de ce pendule?

Examiner tout particulièrement le cas où la tension constante serait égale au poids du pendule.

Nota. — Sur la nature du fil, on fera toutes les

hypothèses habituelles ; on devra, dans l'exposition du problème du *pendule à tension constante*, ne pas perdre de vue le lieu qui le rattache intimement au problème du mouvement d'un point pesant sur une *courbe à pression constante*.

5° Sur une surface matérielle donnée, déterminer les courbes le long desquelles un point pesant en mouvement éprouve, de la part de la surface, une réaction constante. Une surface particulière peut-elle être une surface d'égalité de pression, c'est-à-dire une surface telle que, dans tout mouvement d'un point pesant uniquement assujéti à la condition de rester sur cette surface, la pression soit constante.

6° Comment déterminerait-on les courbes gauches à pression constante, dans le mouvement d'un point pesant ? Déterminer notamment toutes les courbes gauches pour lesquelles la pression et sa composante verticale sont simultanément constantes.
