Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 15 (1915), p. 113-114

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__113_0>

CORRESPONDANCE.

M. d'Ocagne. — *Au sujet de la question* **2212** (1913, p. 480). — La solution de cette question publiée dans le volume de 1914, p. 430, consiste en une simple vérification analytique. La *détermination géométrique* de la tangente visée par l'énoncé peut s'effectuer comme suit (le lecteur étant prié de faire la figure telle que la définit l'énoncé en plaçant, en outre, la lettre S au point de rencontre de PU et MT) :

Entre les différentielles des arcs décrits simultanément par les points M, N, P sur leurs trajectoires respectives, on a les relations

$$\frac{d(\mathrm{M})}{d(\mathrm{N})}=\frac{\mathrm{MT}}{\mathrm{NT}}, \qquad \frac{d(\mathrm{N})}{d(\mathrm{P})}=\frac{\mathrm{NO}.\mathrm{NU}}{\mathrm{PO}.\mathrm{PU}}, \qquad \frac{d(\mathrm{P})}{d(\mathrm{M})}=\frac{\mathrm{PS}}{\mathrm{MS}},$$

d'où, si l'on fait le produit de ces trois égalités membre à membre,

$$\frac{\mathrm{MT}.\mathrm{NO}.\mathrm{NU}.\mathrm{PS}}{\mathrm{NT}.\mathrm{PO}.\mathrm{PU}.\mathrm{MS}}=1.$$

Mais on a

$$\frac{\mathrm{MT}}{\mathrm{PU}}=\frac{\mathrm{MS}}{\mathrm{PS}}.$$

Il vient donc

$$\frac{\mathrm{NU}}{\mathrm{NT}}=\frac{\mathrm{PO}}{\mathrm{NO}},$$

et, par suite, si l'on tire la parallèle UV à OT,

$$\frac{\mathrm{NV}}{\mathrm{NO}}=\frac{\mathrm{PO}}{\mathrm{NO}},$$

d'où $\mathrm{NV}=\mathrm{PO}$, ou $\mathrm{OV}=\mathrm{PN}$. C. Q. F. D.

M. d'Ocagne. — *Au sujet d'une Note récente de M. F.*

Balitrand (*N. A.*, 1915, p. 1). — Dans cette Note, où il retrouve (p. 8) la construction que j'ai donnée jadis en ce recueil (1891, p. 86) pour le centre de courbure de la syntractrice, l'auteur énonce (au bas de la page 6) un autre théorème que j'ai, au milieu de plusieurs autres, fait également paraître dans le même recueil (*question* 1953, posée dans le volume de 1903, p. 46; résolue dans celui de 1905, p. 186).

M. J. Joffroy. — *Propriétés de deux progressions.* — M. Barisien a donné dans l'*Intermédiaire des Mathématiciens*, en 1914, une question relative aux deux progressions

$$1, \quad 3, \quad 5, \quad 7, \quad \ldots,$$
$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad \ldots.$$

M. Haton de la Goupillière l'a généralisée dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences.* Il doit m'être permis de rappeler que j'ai publié dans les *Nouvelles Annales*, en 1889 (p. 85), un article qui prouve que les résultats indiqués ne sont pas nouveaux, et que celui de M. Barisien était déjà connu en 1883, et sans doute bien antérieurement.

Voici l'énoncé du théorème que j'ai publié (*loc. cit.*, p. 86) :

Soient

$$a, \quad b, \quad c, \quad d, \quad e, \quad f, \quad \ldots, \quad k, \quad l, \quad (l+\mathrm{R}), \quad \ldots$$

une progression arithmétique à termes continus, et

$$a, \quad c, \quad e, \quad g, \quad \ldots, \quad k, \quad (l+\mathrm{R}), \quad \ldots$$

la progression formée par les termes de rang impair de l'autre; je décompose la seconde en groupes de a, b, c, $\ldots$, l, $l+\mathrm{R}$ *termes; la somme des termes du premier groupe vaut le cube de* a, *la somme des termes du deuxième groupe vaut le cube de* b, $\ldots$, *la somme des termes du* $(n+1)^{\text{ième}}$ *groupe vaut le cube de* $(l+\mathrm{R})$, *à la seule condition que le terme* a *soit l'unité, ou à la seule condition que* $\mathrm{R} = a$.