

Certificats de mécanique rationnelle

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 13
(1913), p. 40-44

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1913_4_13__40_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1913, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE MÉCANIQUE RATIONNELLE.

Montpellier.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Un hémisphère creux est animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de son axe qui est fixe; cet axe est vertical, et la concavité de l'hémisphère est tournée du côté de la verticale ascendante. Un point pesant M se meut sans frottement sur la surface intérieure de l'hémisphère.*

I. *Établir les équations du mouvement relatif du point M par rapport à l'hémisphère, et indiquer les circonstances générales de ce mouvement, les conditions initiales étant quelconques.*

II. *On suppose qu'à l'époque initiale le mobile parte du sommet de l'hémisphère, et l'on demande s'il quittera l'hémisphère.*

III. *Le point M étant placé, à l'époque initiale, en un point quelconque de l'hémisphère, peut-on choisir la vitesse initiale relative de manière qu'il décrive un parallèle?*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Une plaque homogène et pesante est limitée par deux triangles équilatéraux dont l'un est intérieur à l'autre. Les côtés de ces triangles sont parallèles deux à deux. Le côté du triangle extérieur ayant pour longueur a , la distance de deux côtés parallèles quelconques est $\frac{a}{4\sqrt{3}}$.*

On fait osciller cette plaque autour d'un côté du triangle extérieur; ce côté étant placé horizontalement et maintenu fixe. Quelle valeur doit avoir a pour que la durée des petites oscillations du pendule composé obtenu ainsi soit d'une seconde?

(Juillet 1911.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *L'extrémité inférieure d'une barre rigide, homogène et pesante, est assujettie à glisser sans frottement sur une verticale fixe, tandis que l'extrémité supérieure de la barre est reliée à un point fixe de la même verticale par un fil sans masse, flexible et inextensible, de même longueur que la barre. A l'époque initiale, la barre fait un angle de 60° avec la verticale ascendante et tourne autour de cette verticale avec une vitesse angulaire donnée.*

1° *Établir les équations qui déterminent le mouvement de la barre et la tension du fil, en supposant que le fil reste tendu.*

2° *Vérifier que le fil est tendu au début, et étudier la suite du mouvement en laissant de côté l'étude de la tension.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Un flotteur est constitué par un cylindre de révolution dont le rayon est 2^{cm} et la hauteur 6^{cm} , terminé à sa partie supérieure par un hémisphère de rayon égal à celui du cylindre, et à sa partie inférieure par un segment sphérique dont l'axe coïncide avec celui du cylindre, de hauteur 1^{cm} et de rayon 3^{cm} . Calculer la densité du flotteur sachant que, lorsqu'il flotte sur l'eau, son axe étant vertical, son centre de gravité se trouve sur la surface libre du liquide.*

(Novembre 1911.)

Nancy.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *A une sphère homogène de densité $\mathcal{C}$, de centre C et de rayon R sont soudées, aux deux extrémités D et E d'un même diamètre et suivant le prolongement de ce diamètre, deux tiges homogènes de densité $\mathcal{C}'$, chacune de longueur égale, au rayon de la sphère. Le solide ainsi formé est pesant.*

Les extrémités A et B de ces deux tiges sont assujetties à ne pas quitter deux droites gauches fixes données d_1 et d_2 formant entre elles un angle de 60° et inclinées toutes deux de $60''$ sur l'horizon.

Le centre C est repoussé par le milieu O de la plus courte distance $O_1O_2 = \delta$ des deux droites d_1 et d_2 , proportionnellement à la distance OC. On désignera par μ le rapport du poids total du solide à la répulsion exercée par O à l'unité de distance.

On donne la position initiale et l'état initial des vitesses du solide envisagé. On demande d'étudier son mouvement.

Pour fixer les idées, on envisagera en particulier le cas où

$$C = \frac{6}{\pi}, \quad C' = 5, \quad R = \frac{1}{2}, \quad \delta = \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

(Juin 1910.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — On imprime au tore d'un gyroscope, dont le centre est fixé relativement à la Terre, une rotation initiale autour de l'axe de ce tore.

Si ω est la vitesse angulaire de rotation de la Terre autour de son axe et n la vitesse angulaire initiale de rotation du tore autour de son axe, on néglige

$$\omega^2 \quad \text{et} \quad \frac{\omega}{n}.$$

L'un des anneaux de suspension du gyroscope est fixé de façon à obliger l'axe du tore à ne pas quitter un plan horizontal fixé à la Terre.

Étudier le mouvement de l'axe du tore dans ce plan horizontal.

On néglige le frottement.

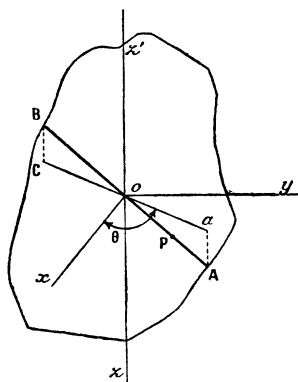
(Octobre 1910.)

Paris.

ÉPREUVE ÉCRITE. — Un corps solide de masse m peut tourner librement, sans frottement autour d'un axe vertical fixe $Z'OZ$; dans ce corps est creusé un canal rectiligne AOB, de section infiniment petite rencontrant l'axe $Z'Z$ en O et faisant, avec la verticale descendante OZ, un angle aigu $ZOA = \alpha$; un point matériel pesant P, de même masse m , peut glisser sans frottement dans ce canal.

Trouver le mouvement du système, en supposant d'abord les conditions initiales quelconques.

Notations. — Prenant deux axes rectangulaires horizontaux Ox et Oy , on appellera θ l'angle xOa que fait le plan vertical $BbAa$ passant par AOB avec le plan ZOx , r le segment OP estimé positivement dans le sens OA , et mK^2 le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe OZ .



Conditions initiales particulières. — En appelant r' et θ' les dérivées de r et de θ par rapport à t , on discutera le cas où, à l'instant initial $t=0$, θ et r' seraient nuls, r ayant une valeur donnée r_0 et θ' une valeur donnée ω . Le segment r va-t-il d'abord en augmentant ou en diminuant à partir de r_0 ?

Trouver, en particulier, la relation qui doit exister entre r_0 et ω pour que, dans le mouvement, r reste constant. Quelle est alors la pression du point P sur le corps solide?

Nota. — On ne se préoccupera pas de la longueur du canal AOB .

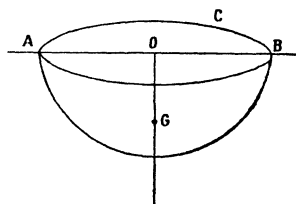
EPREUVE PRATIQUE. — Étant donnée une demi-sphère homogène de rayon R et de diamètre ρ limitée par le grand cercle ABC de centre O .

1° Déterminer les axes principaux d'inertie et les moments principaux d'inertie de cette demi-sphère relatifs au point O ;

(44)

2° Calculer la distance OG du centre de gravité G de la demi-sphère au point O ;

3° Déterminer les axes et les moments principaux d'inertie de la demi-sphère par rapport au point G ;



4° On fait de cette demi-sphère un pendule composé, en le suspendant autour d'un diamètre AOB de grand cercle de base. Ce diamètre étant horizontal et fixe. calculer la durée T de l'oscillation double, infiniment petite (aller et retour) de ce pendule sous l'action de la pesanteur;

5° Calculer T à $\frac{1}{100}$ de seconde près, en supposant (unités C. G. S.)

$$R = 100,$$

$$g = 980.$$

(Juillet 1911.)