

Certificats d'analyse supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 13
(1913), p. 237-239

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1913_4_13__237_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1913, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS D'ANALYSE SUPÉRIEURE.

Bordeaux.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — Définir les caractéristiques pour une surface intégrale de l'équation

$$f(x, y, z, p, q) = 0.$$

Équation différentielle de ces caractéristiques.

Méthode d'intégration à l'aide des caractéristiques.

Appliquer, comme exemple, à l'équation

$$p^2 - qx + z = 0$$

dont on cherchera la surface intégrale qui contient la droite

$$x = 0, \quad y = z.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — Trouver les solutions communes

aux deux équations

$$x_2 \frac{\partial f}{\partial x_1} + x_1 \frac{\partial f}{\partial x_2} - (3x_2x_4 + x_1 + x_1x_2) \frac{\partial f}{\partial x_3} - x_1x_2 \frac{\partial f}{\partial x_4} = 0,$$

$$x_3 \frac{\partial f}{\partial x_1} - x_1 \frac{\partial f}{\partial x_2} - x_4[1 + x_2 - 3x_3] \frac{\partial f}{\partial x_3} - x_2x_3 \frac{\partial f}{\partial x_4} = 0,$$

dans lesquelles f est une fonction inconnue des quatre variables indépendantes x_1, x_2, x_3, x_4 .

(Novembre 1911.)

Lille.

ÉPREUVE ÉCRITE. — Pour que l'équation différentielle algébrique

$$(1) \quad f\left(u, \frac{du}{dz}\right) = 0$$

admette une intégrale uniforme, il faut que la courbe

$$f(x, y) = 0$$

soit de genre 0 ou de genre 1. Si cette condition est remplie, l'équation (1) peut toujours être intégrée par des quadratures.

Démontrer ce théorème. Comme application, intégrer l'équation

$$(2) \quad \left(\frac{du}{dz}\right)^4 + (2u^2 + a^2)\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + u^2(u^2 - a^2) = 0,$$

a étant une constante.

(Juillet 1911.)

Nancy.

ÉPREUVE ÉCRITE. — On donne l'équation

$$(1) \quad u^3 - zu + 2\varphi(z) = 0,$$

$\varphi(z)$ désignant un polynome entier tel que, pour aucune

des valeurs de z qui rendent son carré égal à l'unité, $\varphi'(z)$ ne soit nul.

1° Quels sont, à distance finie, les points singuliers de la fonction algébrique u ? Trouver la forme des développements qui représentent ses branches envisagées dans le domaine de chacun de ces points.

2° Former l'équation différentielle linéaire homogène (E) du second ordre à laquelle ces branches satisfont.

3° Quels sont, à distance finie, les points singuliers de l'équation (E). Écrire l'équation déterminante relative à chacun d'eux. Montrer que, parmi ces points, ceux pour lesquels $\varphi'(z)$ est nul sont des points à apparence singulière pour l'équation (E).

4° Abstraction faite du dénominateur, le coefficient de $\frac{du}{dz}$ dans l'équation (E) est égal à

$$\varphi\varphi'^2 - (\varphi^2 - 1)\varphi''.$$

Choisir la fonction φ , maintenant quelconque, de manière que ce coefficient soit identiquement nul, et, φ étant ainsi choisi, intégrer l'équation (E). puis en déduire les trois racines de l'équation (1).

Appliquer au cas, où l'on prend

$$\varphi = \cos z.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — On considère la fonction rationnelle de z et u

$$v = \frac{u^3 + z^2 u^2 + 16u - 16z^2}{z^4 - 2z^2 - 5z - 10},$$

u étant une fonction algébrique de z définie par l'équation $u^2 = z^4 - 16$, et la surface de Riemann T correspondante.

Trouver les pôles et les zéros de v sur T ainsi que leurs ordres; trouver les résidus. Quel est le nombre des racines de l'équation $v = C$, C étant une constante?

(Juin 1910.)