

Solution de question proposée

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 13
(1913), p. 191

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1913_4_13__191_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1913, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE QUESTION PROPOSEE.

2180.

(1911, p. 96)

Démontrer la formule

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 \omega \cos 3\omega \sqrt{\cos 2\omega} d\omega = \frac{\pi}{8\sqrt{2}}.$$

(E.-N. BARIÉNIEN.)

SOLUTION

Par M. T. Ono (Kagoshima).

Soit

$$\cos^2 \omega = x,$$

il vient, en remarquant que les racines de $-2x^2 + 3x - 1 = 0$ sont $\frac{1}{2}$ et 1,

$$\begin{aligned} & \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 \omega \cos 3\omega \sqrt{\cos 2\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{(2x^2 - x)(4x - 3)}{(-2x^2 + 3x - 1)^{\frac{1}{2}}} dx \\ &= - \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x^2 - x) d(-2x^2 + 3x - 1)^{\frac{1}{2}} \\ &= - \int_1^{\frac{1}{2}} (4x - 1)(-2x^2 + 3x - 1)^{\frac{1}{2}} dx \\ &= \left[-\frac{2}{3}(-2x^2 + 3x - 1)^{\frac{3}{2}} + \frac{4x - 3}{4}(-2x^2 + 3x - 1)^{\frac{1}{2}} \right]_{\frac{1}{2}}^1 \\ &\quad + \frac{1}{8\sqrt{2}} \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{(-2x^2 + 3x - 1)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{1}{8\sqrt{2}} [\arcsin(4x - 3)]_{\frac{1}{2}}^1 \\ &= \frac{1}{8\sqrt{2}} \pi. \end{aligned}$$

Autre solution par M. BOUVAIST.