

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 11
(1911), p. 221-222

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1911_4_11__221_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1911, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

M. E.-N. Barisien. — *Sur un problème de progressions. Connaissant les sommes S_1 , S_2 , S_3 des termes, des carrés des termes et des cubes des termes d'une progression arithmétique, reconstituer la progression.*

On sait que si a est le premier terme de la progression, r la raison et n le nombre des termes, on a

$$\begin{aligned} (1) \quad S_1 &= n(a-r) + \frac{n(n+1)}{2} r, \\ (2) \quad S_2 &= n(a-r)^2 + n(n+1)r(a-r) + \frac{r^2}{6} n(n+1)(2n+1), \\ (3) \quad S_3 &= n(a-r)^3 + \frac{3n(n+1)}{2} r(a-r)^2 \\ &\quad + \frac{n(n+1)(2n+1)}{2} r^2(a-r) + \frac{n^2(n+1)^2}{4} r^3. \end{aligned}$$

la dérivée a le signe de

$$\theta' \sin 2\alpha - \sin 2\theta;$$

or on a

$$\cos \theta \cdot \theta' = \alpha \cos \alpha,$$

et la dérivée a le signe de

$$\alpha \cos \alpha \sin 2\alpha - \cos \theta \sin 2\theta,$$

ou de

$$\alpha \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin \theta \cos^2 \theta = \alpha (\alpha^2 - 1) \sin^3 \alpha.$$

Si l'on éliminait α et r ou plutôt $(\alpha - r)$ et r entre ces trois équations, on aurait une équation en n du 16^e degré.

Le problème paraît donc *insoluble*.

Voici cependant des formules que nous croyons inédites et qui ramènent le problème au second degré. On trouve les relations

$$(4) \quad n^2 S_3 - 3 n S_1 S_2 + 2 S_1^3 = 0,$$

$$(5) \quad r^2 n^2 (n^2 - 1) = 12 (n S_2 - S_1^2),$$

$$(6) \quad \alpha = \frac{S_1}{n} - \frac{r(n-1)}{2}.$$

L'équation (4) qui est du second degré en n a ses deux racines positives, mais on ne prendra que celle qui numériquement donnera un entier. Connaissant n , on aura la raison r par (5), c'est-à-dire

$$r = \frac{2\sqrt{3(nS_2 - S_1^2)}}{n\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Et ensuite la relation (6) donnera α en fonction de n et r .

M. L. Klug. — Le théorème de la question 2166 (1910, p. 528) a déjà été publié par Steiner. Voir *Journal de Crelle*, t. 30, p. 271-272, ou *Gesammelte Werke*, t. II, p. 342.