

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 10 (1910), p. 95-96

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1910_4_10__95_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1910, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

2144. — La droite d'Euler d'un triangle ABC (droite qui joint l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit) coupe les côtés aux points D, E, F. Les trois cercles de diamètres respectifs AD, BE, CF ont en commun un point K qui appartient au cercle des neuf points du triangle. Démontrer que la distance du point K au pied de l'une des hauteurs est égale à la somme de ses distances aux pieds des deux autres hauteurs.

(V. THÉBAULT.)

2145. — Si l'on pose ⁽²⁾

$$x = \frac{a + b\sqrt{2} + c\sqrt{-5} + d\sqrt{2}\sqrt{-5}}{\sqrt{2}},$$

a, b, c, d étant entiers, a et c étant de même parité :

1° Les nombres x sont des entiers algébriques;

(1) Voir mon article, *Sur les propriétés d'addition d'une suite récurrente considérée par D. Bernoulli* (*Nouv. Ann.*, 1907, p. 297).

(2) Cf. *Nouvelles Annales*, 1903, p. 214.

2° La somme ou le produit de deux nombres x est un nombre x ;

3° La norme du nombre x (c'est-à-dire le produit de ce nombre par ceux qu'on obtient en changeant $\sqrt{2}$ en $-\sqrt{2}$, ou $\sqrt{-5}$ en $-\sqrt{-5}$, ou en faisant ces deux changements à la fois) est

$$X = \left(\frac{a^2 - 2b^2 + 5c^2 - 10d^2}{2} \right)^2 + 10(ad - bc)^2;$$

4° La norme du produit de deux facteurs est le produit des normes de ces facteurs;

5° Étant donnés deux nombres de la forme indiquée, peut-on trouver un nombre de même forme $\frac{m + n\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}}$ appelé *quotient*, et un autre nombre de même forme $\frac{r + s\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}}$ appelé *reste*, tels qu'on ait

$$\frac{a + b\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}} = \frac{e + f\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}} \frac{m + n\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}} + \frac{r + s\sqrt{2} + \dots}{\sqrt{2}},$$

tels de plus que la norme du reste soit inférieure à celle du diviseur?
(G. FONTENÉ.)

2146. — On considère la conchoïde centrale de la podaire centrale de l'ellipse E (axes $2a$ et $2b$), obtenue en augmentant ou diminuant les rayons vecteurs de la podaire de la longueur k . Si A désigne l'aire de la podaire et s le périmètre de l'ellipse E , on a pour les aires de chacune des deux courbes constituant la conchoïde

$$\begin{aligned} U_1 &= A + \pi k^2 + ks \\ U_2 &= A + \pi k^2 - ks \end{aligned} \quad \left[A = \pi \frac{(a^2 + b^2)}{2} \right].$$

(E.-N. BARISIEN.)

