

Certificat de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 10
(1910), p. 511-527

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1910_4_10__511_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1910, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

Grenoble.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — On donne deux axes de coordonnées Ox , Oy rectangulaires et une ellipse dont deux sommets sont le point O et un point A situé sur Ox , et dont Ox est un axe. Calculer l'intégrale

$$\int x^2 dy - y^2 dx,$$

étendue à la portion d'ellipse située au-dessous de l'axe des x , depuis le point O jusqu'au point A .

Variations de cette intégrale quand, le point A restant

fixe, l'ellipse varie; on prendra pour variable l'excentricité de l'ellipse.

On considère le mobile dont les deux coordonnées sont en fonction du temps

$$\begin{aligned}x &= t^2, \\y &= t^2 + t.\end{aligned}$$

Trajectoire. — Construire le diagramme des espaces, celui des vitesses. Rayon de courbure en un point de la trajectoire.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *On donne l'équation*

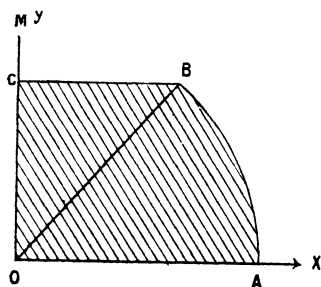
$$x^2 y'' + 3xy' + y = x^2 + 1,$$

démontrer qu'elle a des solutions entières en x et du second degré.

Démontrer que l'équation sans second membre a des solutions de la forme x^m et de la forme $x^m \log x$.

En déduire l'intégrale générale de l'équation. Déter-

Fig. 1.



miner la constante de façon que cette intégrale ne contienne pas de terme logarithmique. Construire celle des courbes trouvées qui coupe l'axe des x au point $x = 1$.

Calculer l'intégrale double

$$\iint (x^2 - y^2) dx dy$$

étendue à l'aire ci-contre

$$\widehat{AOB} = 60^\circ,$$

$$OA = 1,$$

BC parallèle à Ox.

(Novembre 1909.)

Lille.

PREMIÈRE ÉPREUVE. — I. Étant donnés dans un plan deux axes de coordonnées rectangulaires, trouver dans ce plan une courbe telle que la sous-tangente soit égale à Kx , K désignant un nombre constant et x l'abscisse du point de contact; montrer qu'à certaines valeurs simples de K correspondent des courbes connues.

II. 1° Étant donnés trois axes de coordonnées rectangulaires Ox, Oy, Oz, construire la courbe (C) représentée par les équations

$$x = 2a \sin^2 \varphi \cos 2\varphi, \quad y = 2a \cos^2 \varphi \sin 2\varphi, \quad z = 0;$$

x, y, z désignent les coordonnées d'un point de la courbe, a est une longueur donnée et φ un paramètre variable.

2° Rectifier la courbe (C).

3° Trouver le lieu (Γ) des pieds des perpendiculaires abaissées de l'origine sur les tangentes à (C), construire la courbe (Γ).

4° Calculer le volume de la portion de l'espace limitée par le plan xOy , le cylindre droit dont la base est (Γ) et la surface engendrée par la rotation autour de Oz de la parabole

$$x^2 = 2az, \quad y = 0.$$

N. B. — Les candidats au diplôme d'ingénieur électricien ne feront pas la dernière partie de la question II.

DEUXIÈME ÉPREUVE. — I. Calculer la fonction de forces U, (ou le potentiel V), dans les cas suivants :

1° Force centrale fonction de la distance au centre;

2° Champs newtoniens;

3° Actions mutuelles de deux points.

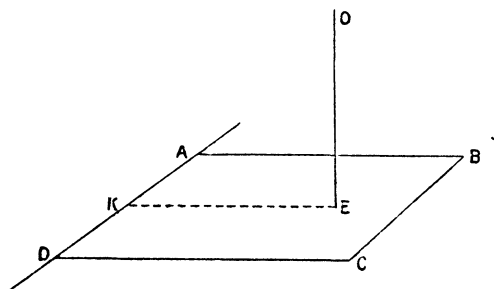
II. Une plaque rectangulaire très mince ABCD, pesante

Ann. de Mathémat., 4^e série, t. X. (Novembre 1910.) 34

et homogène, mobile sans frottement autour de son arête AD supposée fixe et horizontale, est maintenue en équilibre dans une position horizontale, à l'aide d'un fil élastique OE placé verticalement et ayant son extrémité O fixe.

On demande d'étudier les petites oscillations de cette plaque autour de sa position d'équilibre, en admettant

Fig. 2.



que le fil OE soit parfaitement élastique, que sa masse soit négligeable, et que l'angle d'oscillation soit assez petit pour qu'on puisse confondre l'arc de ce cercle décrit par le point E avec une portion de droite verticale.

Données : $AB = a = 20^{\text{cm}}$; $AD = b = 15^{\text{cm}}$; distance du point E à l'arête AD, $EK = l = 15^{\text{cm}}$; poids de la plaque : $p = 120^{\text{g}}$; allongement spécifique du fil OE : $\lambda = 10^{\text{cm}}$ pour un poids de 100g. (Novembre 1908.)

PROBLÈMES. — I. a étant une longueur donnée, construire la courbe (Γ) représentée en coordonnées polaires par l'équation

$$\rho = a \sqrt{\cos \frac{\omega}{2}}.$$

Calculer le volume de la portion de l'espace limitée par la sphère de rayon a dont le centre est au pôle et le cylindre droit qui a pour base la courbe (Γ) .

Former et intégrer l'équation différentielle des trajectoires orthogonales des courbes (Γ) quand le paramètre a varie.

II. 1° *a* étant une longueur donnée, construire dans un plan rapporté à deux axes rectangulaires la courbe (C) décrite, quand le paramètre *t* varie, par le point de coordonnées

$$x = a(2 \cos t + \cos 2t), \quad y = a(2 \sin t - \sin 2t).$$

2° Former l'équation de la tangente à la courbe (C) en un point M correspondant à une certaine valeur t_0 du paramètre; calculer le coefficient angulaire *m* de cette tangente et remplacer dans son équation t_0 par son expression en fonction de *m*.

3° Montrer qu'il est en général possible de mener d'un point P du plan trois tangentes à la courbe (C); trouver le lieu que doit décrire le point P pour que deux de ces tangentes soient rectangulaires.

QUESTION DE COURS. — Travail des forces appliquées à un système indéformable (translation élémentaire, rotation élémentaire, cas général).

ÉPREUVE PRATIQUE. — I. On considère dans un plan deux axes de coordonnées rectangulaires *Ox*, *Oy* et les courbes (C), (C') représentées par les équations

$$(C) \quad y^2 = 9x,$$

$$(C') \quad y^2 = 36(x - 3)^3;$$

1° Tracer ces courbes et déterminer les coordonnées de leurs points communs A et B.

2° Calculer l'aire de la région du plan limitée par la portion AOB de la courbe C et la portion AB de la courbe C'.

Évaluer la longueur du contour qui limite cette aire. (On calculera les résultats avec trois décimales.)

II. Sur la base B d'un parallélépipède rectangle on pose une sphère qui a son point de contact au centre de cette base. Déterminer l'ellipsoïde d'inertie du système des deux corps par rapport au point de contact.

La sphère, en cuivre, a 0^m,20 de rayon; son poids spécifique est 8,85.

Le parallélépipède, en fer, a pour hauteur 0^m,75 et pour

côtés de base 0^m,35 et 0^m,25; son poids spécifique est 7,8.
(Juillet 1909.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Étant donnés dans un plan deux axes de coordonnées rectangulaires, trouver toutes les courbes telles que le carré de la sous-tangente relative à un point quelconque soit égal au produit de l'abscisse et de l'ordonnée de ce point.*

II. 1° *Construire dans un plan rapporté à deux axes de coordonnées rectangulaires Ox, Oy la courbe (Γ) représentée par l'équation*

$$x^2(x^2 + y^2) + (b^2 - a^2)x^2 + b^2y^2 = 0,$$

où a et b désignent deux longueurs données ($b < a$): chercher l'équation de cette courbe en coordonnées polaires, O étant le pôle et Ox l'axe polaire.

2° *Chaque point de cette courbe est le milieu d'une corde du cercle*

$$(c) \quad x^2 + y^2 = a^2;$$

montrer que cette corde se projette orthogonalement sur Oy suivant un segment de longueur b.

3° *Calculer l'aire de la portion du plan limitée par (Γ).*

4° *Calculer le volume de la portion de l'espace limitée par le cylindre droit qui a pour base (Γ) et la sphère dont (C) est un grand cercle.*

QUESTION DE COURS. — I. *Déviation élémentaire d'un point.*

II. *Propriétés des surfaces de niveau.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — Première question. — *Exemple numérique de la réduction d'un système de vecteurs. Positions respectives des vecteurs donnés par rapport au trièdre trirectangle Oxyz :*

Le vecteur OA est situé dans le plan xOy et fait avec Ox un angle de 30°.

Le vecteur OB est situé dans le plan xOz et fait avec Ox un angle de 60°.

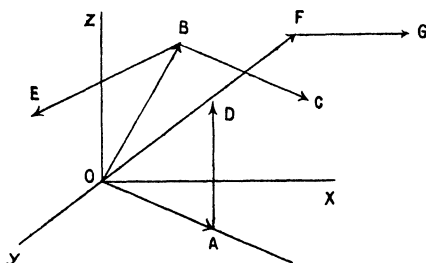
Le vecteur BC est situé dans le plan xOz et perpendiculaire à OB .

Les vecteurs AD et BE sont parallèles respectivement à Oz et à Oy .

Le vecteur OF est situé dans le plan AOz et fait avec OA un angle de 60° .

Le vecteur FG est parallèle à Ox .

Fig. 3.



Grandeurs respectives des vecteurs donnés :

$$\begin{aligned} OA &= 2^m; \quad OB = 3^m; \quad BC = 2^m, 5; \quad AD = 2^m, 5; \quad BE = 3^m, 5; \\ OF &= 5^m; \quad FG = 2^m. \end{aligned}$$

Deuxième question. — On donne trois axes de coordonnées rectangulaires et l'on considère la courbe définie par les équations

$$(c) \quad x = t^2, \quad y = t^3, \quad z = t^4.$$

1° Calculer la longueur de l'axe OM , M étant le point qui correspond à la valeur $t = 1$.

2° Par le point A ($x = -1$, $y = -1$, $z = 0$) passe un plan osculateur à la courbe C .

Calculer avec deux décimales le t du point de contact.

(Novembre 1909.)

Marseille.

COMPOSITION ÉCRITE. — 1° Expliquer pourquoi toutes les coniques représentées en coordonnées rectangulaires par

une équation de la forme

$$Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$$

ont, quels que soient leurs coefficients, leurs axes parallèles aux axes de coordonnées.

2° Déterminer λ de sorte que l'équation

$$Ax^2 + Cy^2 + \lambda(y^2 - m^2x^2) + 2(y - mx) = 0$$

représente un cercle quand on connaît déjà A , C et m .

3° Démontrer que ce cercle se confond avec le cercle osculateur à l'origine dans la conique représentée par

$$Ax^2 + Cy^2 + 2(y - mx) = 0.$$

4° Démontrer que le cercle et la conique ont tous leurs points communs situés sur les deux droites représentées ensemble par l'équation

$$y^2 - m^2x^2 = 0$$

et qui sont également inclinées sur les axes de coordonnées.

5° Se servir de ce résultat pour trouver le quatrième point d'intersection d'une ellipse et du cercle osculateur en l'un de ses points. On définira un point de l'ellipse au moyen du paramètre φ tel que, par rapport aux axes de la conique, on ait $x = a \cos \varphi$, $y = b \sin \varphi$. Soit φ' le paramètre du quatrième point demandé, on devra trouver $\varphi' = 2\pi - 3\varphi$.

6° Tirer de là une construction du centre de courbure dans une ellipse.

ÉPREUVE PRATIQUE. — On considère le mouvement rectiligne d'un mobile dans lequel l'espace parcouru x est donné en fonction du temps par la formule

$$x = 3e^{-\frac{t}{12}} \sin \frac{\pi}{12} t \quad (e = 2,71828),$$

t étant exprimé en secondes et x en centimètres :

1° Indiquer l'allure générale du diagramme des espaces et en conclure les principales circonstances du mouvement ;

2° Calculer avec la précision que comportent les données la position du mobile à l'époque $t = 5$ secondes.

3° Calculer les valeurs successives de t pour lesquelles $x = 0$;

4° Calculer les valeurs maxima de x et montrer qu'elles forment une progression géométrique décroissante dont on donnera la raison;

5° Calculer l'aire du premier arceau du diagramme des espaces qui s'étend de $t = 0$ à $t = 12$.

Les calculs doivent être achevés et les résultats obtenus doivent être exprimés en nombres décimaux. L'usage de toute Table est autorisé.

SOLUTION.

2.	$\log 3$	0,477
	$\operatorname{colog} e^{-\frac{1}{12}}$	1,819
	$\log \sin 75^\circ$	1,985
	Σ	0,281

$$x = 1^{\text{cm}}, 91.$$

$$3. \quad t = 0, \quad 12, \quad 24, \quad \dots$$

$$4. \quad t = 4^s, 82 + n \cdot 24, \quad \dots,$$

$$\text{raison} = e^{-1} = 0,37.$$

$$5. \quad 3 \frac{12}{\pi} \frac{1 + e^{-1}}{1 + \pi^{-2}} = 32^{\text{cm}^2}, 111.$$

(Juin 1909.)

COMPOSITION ÉCRITE. — 1° Les équations

$$x^2 + y^2 - 2ax - h^2 = 0,$$

$$x^2 + y^2 - 2by + h^2 = 0,$$

représentant deux familles de cercles lorsque les lettres a et b représentent deux paramètres arbitraires, démontrer qu'un cercle quelconque de la première famille rencontre un cercle quelconque de la seconde orthogonalement.

2° Intégrer l'équation différentielle

$$y^2 - x^2 - 2x \frac{dy}{dx} - h^2 = 0$$

en prenant pour nouvelle fonction

$$2u = x^2 + y^2$$

et en gardant la variable indépendante x . On est ramené à une équation linéaire.

3° L'équation de la première famille de cercles est l'intégrale générale de l'équation différentielle. Former l'équation différentielle qui convient à la seconde famille.

4° Calculer l'aire commune à deux cercles de la première famille, ces deux cercles correspondant l'un à une valeur positive du paramètre a , l'autre à une valeur négative de ce paramètre.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Un volant mobile autour d'un axe horizontal est mû par un poids attaché à l'extrémité d'une corde enroulée autour de l'axe. De plus, un décrochage automatique de l'extrémité de la corde fixée à l'axe se produit sitôt que le poids moteur arrive au sol, de sorte que le volant continue alors à tourner librement en vertu de la vitesse acquise.

On donne :

Le poids moteur, $W = 100^{\text{kg}}, 5$;

La hauteur de chute du poids, $H = 20^{\text{m}}, 33$;

Le nombre de tours du volant pendant la chute du poids, $n = 75$;

Le nombre total de tours du volant depuis la mise en marche jusqu'au repos, $n' = 200$;

Le temps de chute du poids, $t = 75$ secondes.

Le volant part du repos et l'on demande de calculer avec la précision que comportent les données :

- 1° L'énergie potentielle du poids moteur;
- 2° La vitesse de ce poids au moment où il atteint le sol;
- 3° L'énergie cinétique du poids moteur au même instant;
- 4° L'énergie cinétique du volant, abstraction faite des frottements, au même instant;
- 5° La vitesse en tours par minute du volant;
- 6° L'énergie cinétique du volant pour une révolution par minute;
- 7° L'énergie absorbée par les frottements de l'axe sur les paliers pendant la durée de la chute du poids.

On prendra pour l'accélération de la pesanteur $g = 10$.

SOLUTION.

1° $WH = 2043$ kilogrammètres;

2° $v = \frac{2H}{t} = 0^m, 54$ à la seconde

3° $\frac{Wv^2}{2g} = 1,4$ kilogrammètre;

4° $WH - \frac{Wv^2}{2g} = 2042$ kilogrammètres;

5° $N = \frac{120n}{t} = 120t, \quad N^2 = 14400;$

6° $\mathfrak{N} = \frac{WH - \frac{Wv^2}{2g}}{N^2} = 0,142$ kilogrammètre;

7° $\left(WH - \frac{Wv^2}{2g} \right) \frac{n'}{n} = 766$ kilogrammètres.

(Les démonstrations de ces formules ne comptent pas, elles sont immédiates; la dernière seule est un peu plus délicate.)

(Novembre 1909.)

Montpellier.

ÉPREUVE ÉCRITE. — Une courbe est représentée par l'équation

$$ya^2 = x^3 :$$

1° Par un point A de la courbe on mène la tangente, qui coupe la courbe en un autre point B; trouver le lieu du point C, milieu de AB.

2° Soit A' le point symétrique de A par rapport à l'origine O. Trouver l'enveloppe de la droite CA'.

3° Déterminer le point T où la tangente en A coupe l'axe Oy, et calculer l'aire OAT, comprise entre l'arc OA de la courbe, la tangente AT, et la partie TO de l'axe des y.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Intégrer l'équation différentielle

$$\frac{d^4y}{dx^4} - 2\frac{d^3y}{dx^3} + 5\frac{d^2y}{dx^2} - 8\frac{dy}{dx} + 4y = 4x^2 + 8.$$

(Juillet 1909.)

COMPOSITION ÉCRITE. — On donne la parabole

$$y^2 = 2px.$$

La tangente au point M coupe les axes aux points A et B.

1° Trouver la courbe C, lieu du point P milieu de AB.

2° Calculer l'aire comprise entre la droite MP, la parabole et la courbe C.

3° Trouver l'enveloppe de la perpendiculaire à la tangente MP, menée au point P, et construire la courbe obtenue.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Trouver une courbe telle que le rectangle construit avec la sous-normale et un segment constant donné de longueur $2k$ ait une aire égale à celle du carré construit sur le rayon vecteur.

(Novembre 1908.)

Nancy.

ANALYSE.

PREMIÈRE QUESTION. — Intégration de l'équation de Clairaut. Solution générale; solution singulière.

DEUXIÈME QUESTION. — 1° Intégrer l'équation différentielle

$$\sin t \frac{d^2 t}{dx^2} = \cos t \left(\frac{dt}{dx} \right)^2;$$

la solution générale se présente sous la forme $x = f(t)$.

2° Construire la courbe C dont les coordonnées rectangulaires sont exprimées en fonction du paramètre t , l'une par la relation précédente $x = f(t)$, l'autre par $y = a \sin t$, a étant une constante positive.

3° On prend sur cette courbe C deux points M_1 et M_2 correspondant aux valeurs t_1 et t_2 de t ; évaluer l'aire comprise entre l'axe des x , la courbe C et les ordonnées des points M_1 et M_2 .

4° On considère l'aire illimitée comprise entre la courbe C et l'axe des x ; calculer le volume engendré par cette aire en tournant autour de cet axe.

GÉOMÉTRIE ET MÉCANIQUE.

On considère la courbe de l'espace représentée en coordonnées rectangulaires par les équations

$$x = z^2, \quad y = \frac{2}{3} z^3 :$$

1° *Trouver le lieu des traces des tangentes à cette courbe sur le plan xOy .*

2° *Trouver la loi du mouvement d'un point pesant assujéti à se mouvoir sur cette courbe sans frottement. L'axe des z est vertical; on suppose qu'à l'instant initial le mobile est placé sans vitesse à l'origine des coordonnées.*
(Juin 1908.)

ANALYSE.

I. *Exposer la théorie de l'intégration des équations différentielles du second ordre qui ne contiennent pas explicitement la variable indépendante. Application à l'équation*

$$y \frac{d^2 y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + 1.$$

II. *On considère une courbe plane (C) rapportée à deux axes de coordonnées rectangulaires Ox , Oy . On désigne par M un quelconque de ses points, par P la projection de M sur Ox , par T l'intersection de la tangente en M avec Oy , par N l'intersection de la normale en M avec Ox . Déterminer la courbe (C) par la condition que l'aire du quadrilatère OPMT soit équivalente à celle du triangle MPN; examiner les différents cas de figure.*

GÉOMÉTRIE ET MÉCANIQUE.

Le mouvement d'un point mobile est défini par les équations

$$x = a \cos t, \quad y = a \sin t, \quad z = b \cos 2t,$$

a et b étant des constantes données. On demande le lieu de l'extrémité du vecteur accélération et le lieu de sa trace

(524)

sur le plan des xy . Calculer le rayon de courbure de la trajectoire en un de ses points. (Octobre 1908.)

Rennes.

ÉPREUVE ÉCRITE. — Intégrer l'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} - y \left(\frac{1}{x} - \frac{2x}{x^2 + a^2} \right) = - \frac{2ax}{x^2 + a^2}.$$

Vérifier que l'intégrale particulière de cette équation, qui s'annule pour $x = a$, est la fonction

$$y = \frac{x^2}{a} \left(\frac{a^2 - x^2}{x^2 + a^2} \right).$$

Construire la courbe (C) qui représente la variation de cette fonction.

Calculer l'aire comprise entre la courbe (C), l'axe des x et les droites $x = 0$, $x = a$.

Calculer le rayon de courbure de la courbe (C) au point $x = 0$.

Peut-on déterminer la constante k de façon que tous les points d'intersection de la courbe (C) avec la parabole

$$y = \frac{x^2}{k}$$

soient réunis à l'origine ?

ÉPREUVE PRATIQUE. — D'un point O on lance horizontalement, avec la vitesse v_0 , un mobile pesant. Déterminer le point A où ce mobile viendra tomber sur un plan horizontal situé à une profondeur h plus bas que le point O. Calculer la durée de la descente, la vitesse du mobile au moment de la chute, la composante normale de l'accélération au même instant, et la longueur de la trajectoire parcourue.

Application numérique :

$$v_0 = 10 \text{ m : sec, } h = 30 \text{ m, } g = 9 \text{ m, } 81.$$

$$e = 2,7182818.$$

(Novembre 1908.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — 1^o *Intégrer le système d'équations différentielles*

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{dx}{dt} - a,$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{dy}{dt},$$

où a désigne une constante donnée.

2^o *Déterminer les constantes arbitraires de façon que, pour $t = 0$, on ait à la fois*

$$x = 0, \quad \frac{dx}{dt} = 2a,$$

$$y = 0, \quad \frac{dy}{dt} = 0.$$

3^o *Calculer l'arc s de la courbe*

$$x = a(t + \sin t),$$

$$y = a(1 - \cos t),$$

cet arc étant compté à partir du point $t = 0$, et vérifier qu'on a la relation

$$s^2 = 8ay.$$

Déterminer, pour un point variable de la courbe, l'angle de la tangente avec Ox , le rayon de courbure, les coordonnées du centre de courbure.

(Les axes de coordonnées sont supposés rectangulaires.)

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Construire la courbe définie par l'équation en coordonnées rectangulaires*

$$y = -a \log \cos \frac{x}{a}$$

quand x varie de $-\frac{a\pi}{2}$ à $+\frac{a\pi}{2}$.

Calculer, pour un point quelconque de la courbe, l'angle de la tangente avec Ox , le rayon de courbure et la longueur d'arc, comptée à partir de l'origine.

(526)

Trouver les valeurs numériques de ces expressions pour

$$a = 1, \quad x = \frac{\pi}{3},$$

avec quatre décimales exactes.

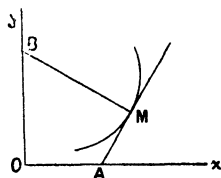
(On donne $e = 2,71828$.)

(Juin 1909.)

Toulouse.

ÉPREUVE ÉCRITE. — 1. Soit C une courbe rapportée à deux axes rectangulaires Ox et Oy . La tangente en un

Fig. 4.



point M de la courbe rencontre l'axe des x en un point A. La normale en M rencontre l'axe des y en un point B. Déterminer la courbe C de façon que le rapport $\frac{OA}{OB}$ ait une valeur constante k .

Trouver les trajectoires orthogonales des courbes ainsi obtenues.

II. S et S' sont deux corps solides. Un élément du corps S et un élément du corps S' s'attirent proportionnellement à leurs masses m et m' et à leur distance mutuelle ρ :

1° Montrer que les deux corps s'attirent comme si la masse de chacun d'eux était concentrée en son centre de gravité.

2° Le corps S peut tourner autour d'un axe fixe vertical Oz et glisser le long de cet axe. Le corps S' peut seulement tourner autour d'un second axe fixe vertical $G'z'$ passant par son centre de gravité G' .

Trouver le mouvement du système.

(On néglige les frottements, et l'on suppose la distance des deux axes assez grande pour que les deux corps ne se heurtent pas.)

A quelle condition les petits mouvements du corps S seront-ils périodiques ?

ÉPREUVE PRATIQUE. — Le Tableau suivant donne des couples de valeurs correspondantes pour une variable x et une fonction y de cette variable :

$x.$	$y.$
11	9 531
12	18 232
13	26 236
14	33 647
15	40 546
16	47 000
17	53 063
18	58 779
19	64 185

1° Calculer la valeur de y qui correspond à $x = 14,384$.

2° Supposant que y représente l'intensité d'une force verticale et x la cote de son point d'application, calculer approximativement le travail de cette force quand x varie de 11 à 19.

(Juillet 1908.)