

Certificats de géométrie supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 10
(1910), p. 470-472

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1910_4_10__470_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1910, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE.

Lille.

I. QUESTION DE COURS. — 1° Donner les diverses définitions de la torsion géodésique d'une ligne tracée sur une surface donnée. Conséquences de ces définitions. Faire voir que l'angle de torsion géodésique se conserve dans les transformations par inversion.

2° Énoncer et démontrer les théorèmes de Joachimstal relatifs à la ligne d'intersection de deux surfaces, ligne de courbure de l'une ou de l'autre.

II. PROBLÈME. — On donne la surface

$$x = u \cos v, \quad y = u \sin v, \quad z = f(u, v),$$

u, v étant deux paramètres variables.

Que doit être la fonction f pour que cette surface admette comme lignes asymptotiques des courbes se projetant sur le plan des x, y :

1° Suivant des circonférences ayant pour centre O;

2° *Suivant des spirales logarithmiques* $u = ce^{mv}$, m désignant une constante donnée? (Novembre 1908.)

PREMIÈRE QUESTION. — *Si l'on appelle ε l'angle des normales à une surface aux extrémités d'un arc infiniment petit $MM' = ds$, ω l'angle que la tangente à cet arc fait au point M avec la tangente conjuguée, démontrer la relation*

$$\left(\frac{\varepsilon}{ds}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{ds}\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\sin\omega + \frac{1}{R_1 R_2} = 0, \quad \dots$$

$\frac{1}{R_1}, \frac{1}{R_2}$ étant les courbures principales au point M .

DEUXIÈME QUESTION. — *Étant donné l'ellipsoïde*

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (a > b > c):$$

On demande de former l'équation des lignes de courbure projetées, parallèlement à l'axe des z , sur le plan d'une section cyclique.

Démontrer que ces projections obliques forment un double système de coniques ayant pour foyers communs les projections des ombilics. (Juin 1909.)

QUESTION DE COURS. — 1° *Démontrer qu'il existe, sur toute surface, une équation différentielle du second ordre que vérifient à la fois les lignes de courbure et les lignes géodésiques;*

2° *Former cette équation différentielle;*

3° *Intégrer cette équation dans le cas où la surface est une quadrique; interpréter géométriquement l'intégrale trouvée dans le cas des surfaces à centre et dans le cas du parabolôïde.*

PROBLÈME. — *Déterminer les lignes de courbure et les courbures principales de la surface définie, en coor-*

(472)

données curvilignes, par les trois équations

$$x = \frac{c^2 - b^2}{bc} \frac{uv}{u + v}, \quad y = \frac{\sqrt{c^2 - b^2}}{b} \frac{v \sqrt{b^2 - u^2}}{u + v},$$
$$z = \frac{\sqrt{c^2 - b^2}}{c} \frac{u \sqrt{v^2 - c^2}}{u + v}.$$

(Novembre 1909.)