

A. ROGOFF

Théorème sur la rotation d'une plaque plane dans son plan

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 9 (1909), p. 266-267

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1909_4_9__266_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1909, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[R1b]

THEOREME SUR LA ROTATION D'UNE PLAQUE PLANE
DANS SON PLAN;

PAR M. A. ROGOFF.

Si une plaque plane, de forme quelconque, se meut dans un plan fixe, en tournant autour d'un point fixe O du plan, les quantités de mouvement des divers points de la plaque forment un système de vecteurs équivalents à un vecteur unique porté par une droite D invariablement liée à la plaque.

En effet, prenons un système d'axes rectangulaires Ox et Oy invariablement liés à la plaque, l'axe Ox étant la droite OG joignant l'origine fixe O au centre de gravité G ; appelons M la masse totale de la plaque, ξ l'abscisse du centre de gravité. Soit ω la vitesse angulaire; un point m de la plaque, de coordonnées x et y , a une quantité de mouvement mv ayant pour pro-

(¹) *Loc. cit.*

(²) Récemment, M. J. de Vries a étudié, au moyen d'un cas particulier de la transformation, la gerbe des cubiques gauches par cinq points (*Verlagen van de W. Ak.*, Amsterdam, 1908). L'article de M. de Vries m'a été aimablement communiqué par M. Stuyvaert, que j'avais mis au courant de mes recherches et qui a lui-même rencontré la transformation générale en poursuivant ses études sur les figures représentées par des matrices de forme.

jection sur les axes

$$X_k = -m\omega y, \quad Y_k = m\omega x,$$

et pour moment par rapport à O

$$N_k = m\omega(x^2 + y^2).$$

La somme géométrique des quantités de mouvement est donc

$$\begin{aligned} X &= \Sigma X_k = -\omega \Sigma m y = 0, \\ Y &= \Sigma Y_k = \omega \Sigma m x = \omega M \xi, \end{aligned}$$

et le moment résultant de ces quantités est

$$N = \Sigma N_k = \omega \Sigma m(x^2 + y^2) = \omega M k^2,$$

$M k^2$ désignant le moment d'inertie de la plaque par rapport à O.

Le système de vecteurs, formé par les quantités de mouvement, est donc équivalent à un vecteur unique R de projection

$$X = 0, \quad Y = \omega M \xi,$$

appliqué en un point x_0, y_0 , dont on obtient le lieu en écrivant que le moment de R par rapport à O est N :

$$x_0 \omega M \xi = \omega M k^2,$$

ou

$$(1) \quad x_0 \xi = k^2.$$

Le vecteur R est donc dirigé suivant une droite fixe D perpendiculaire à OG, du même côté de O que G, rencontrant OG en un point O', qui est lié à O par la même relation que l'axe d'oscillation à l'axe de suspension dans le pendule composé.

Réciproquement, si dans le glissement d'une plaque sur un plan fixe, les quantités de mouvement sont équivalentes à un vecteur unique porté par une droite invariablement liée à la plaque, le centre instantané de rotation est fixé sur la plaque, et la plaque tourne autour d'un point fixe.