

Certificats de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 8
(1908), p. 238-240

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1908_4_8__238_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1908, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

Poitiers.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — On considère les plans P donnés en coordonnées cartésiennes rectangulaires par l'équation

$$\lambda x \cos \omega + \lambda y \sin \omega - p^2 = \frac{p^2 + \lambda^2}{2}$$

et qui dépendent des deux paramètres λ et ω :

1° Soit δ la distance du point $M(y = p, z = \gamma)$ du plan yOz à l'un des plans P ; on demande de trouver les plans P pour lesquels la valeur absolue de δ est maximum ou minimum.

A quelle condition cette valeur absolue peut-elle être nulle ?

2° Partager le plan des yz en régions suivant le nombre des maxima et minima correspondant au point M .

3° Trouver la surface S enveloppe des plans P . Calculer en un point de cette surface les rayons de courbure principaux.

4° Soit C la courbe de S , lieu des points de contact

avec S des plans P qui passent par un point $x = \alpha$ de l'axe Ox ; former l'équation différentielle des projections Γ , sur le plan des xy , de toutes les courbes C obtenues en faisant varier α .

5° Former l'équation différentielle des trajectoires orthogonales des courbes Γ ; l'intégrer en la transformant en coordonnées polaires. Vérifier que les courbes obtenues sont les projections sur le plan des xy des sections de S par les plans qui passent par Ox .

ÉPREUVE PRATIQUE. — Un point matériel M , de masse égale à l'unité, se meut sur l'axe Ox sous l'action d'une force

$$F = - \left(k \frac{dx}{dt} + \frac{a^2}{4} x \right),$$

où k est une constante positive.

1° Étudier le mouvement de M dans les diverses hypothèses qui peuvent se présenter quand k varie.

2° En supposant k assez petit et le point M abandonné en M_0 ($x = x_0$) sans vitesse initiale, ce point arrive en O sous l'action de F dans le temps T . Comment peut-on trouver ce temps ?

Calculer les premiers termes du développement de T suivant les puissances croissantes de k :

$$T = T_0 + T_1 k + T_2 k^2 + \dots$$

(Juillet 1907.)

ÉPREUVE THEORIQUE. — On considère les plans P , variables avec λ , qui ont pour équation

$$1 + \lambda x + \lambda^2 y + \lambda^3 z = 0.$$

1° Soit A un point de coordonnées (α, β, γ) ; montrer qu'il passe en général par A un ou trois plans P réels. Trouver la surface S limitant la région où doit se trouver A pour qu'il n'y passe qu'un plan réel.

Quand A est sur S , il passe par A deux plans P réels; former leurs équations.

Examiner en détail le cas où A se trouve dans l'un des plans yOz ou xOy .

2° La surface S est l'enveloppe des plans P ; trouver les

génératrices rectilignes G de cette surface et son arête de rebroussement. Vérifier que la coordonnée z considérée comme fonction de x et y satisfait à la relation du second ordre : $rt - s^2 = 0$.

3° Soit $y = f(x)$ l'équation de la projection sur xOy d'une génératrice G; former l'équation différentielle que vérifient toutes les fonctions $f(x)$, et l'intégrer directement, c'est-à-dire sans faire usage des résultats obtenus.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Calculer l'intégrale définie

$$\int_0^{\pi} y \, dx,$$

y étant celle des intégrales de l'équation

$$y''' - 3y' - 2y = 10(\sin x + x \cos x) - 8x^3$$

qui s'annule pour $x = 0$ ainsi que ses deux premières dérivées.

(Novembre 1907.)