

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 7
(1907), p. 402-403

[<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1907_4_7_402_0>](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1907_4_7_402_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1907, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

M. W. Gallatly. M.-A. (Boscombe). — *Sur l'application des coordonnées trilinéaires au cercle des neuf points.*

Soient D, E, F les milieux de BC, CA, AB;

X, Y, Z les points de contact avec le cercle inscrit.

Prenons DEF pour le triangle des coordonnées trilinéaires et appliquons les symboles $\alpha, b, c, \dots, R, \dots$ à DEF.

L'équation du cercle des neuf points est

$$\frac{\alpha}{a} + \frac{b}{\beta} + \frac{c}{\gamma} = 0.$$

Prenons pour le cercle XYZ

$$k(\alpha\alpha + b\beta + c\gamma)(l\alpha + m\beta + n\gamma) + \alpha\beta\gamma + \dots = 0.$$

Au cercle XYZ appliquons la méthode de Salmon (*Coniques*, p. 128).

Il en résulte que l'équation du cercle XYZ est

$$2R(\alpha\beta\gamma + b\gamma\alpha + c\alpha\beta) = a(b-c)^2\alpha + \dots$$

Les deux cercles ont

$$a(b-c)^2\alpha + \dots = 0$$

pour droite d'intersection.

Mais

$$a(b-c)^2\alpha + \dots = 0$$

est la tangente à

$$\frac{\alpha}{a} + \dots = 0$$

au point $P\left(\frac{1}{b-c}, \frac{1}{c-a}, \frac{1}{a-b}\right)$.

Les deux cercles se touchent au point P.

Soient P_1, P_2, P_3 les points de Feuerbach pour les cercles exinscrits à ABC.

L'équation de la tangente à P_1 est

$$a(b-c)^2 \alpha + b(c+a)^2 \beta + c(a+b)^2 \gamma = 0.$$

Si les tangentes à P et P_1 se coupent en Q , et les tangentes à P_2 et P_3 se coupent en Q' , il en résulte que DQ est la bissectrice extérieure, et DQ' la bissectrice intérieure de l'angle D .

Le centre O du cercle ABC , ou l'orthocentre de DEF , est le point (séc A , séc B , séc C).

Le centre I du cercle inscrit est $\left(\frac{s-a}{a}, \frac{s-b}{b}, \frac{s-c}{c}\right)$.

Il en résulte que OI a pour équation

$$a(b-c) \cos A \alpha + \dots = 0.$$

YZ coupe DE , DF aux points K , K' , tels que

$$DK = DK' = a.$$

L'équation de YZ est

$$a^2 \alpha + b(a-c) \beta + c(a-b) \gamma = 0.$$

Décrivons une parabole qui a pour foyer le point P et qui touche les côtés de DEF . L'équation de cette parabole est

$$a \sqrt{(b-c) \alpha} + \dots = 0.$$

(SALMON, vers la fin du Chapitre XIV).

La directrice est

$$a \alpha (b-c) \cos A + \dots = 0.$$

qui est OI .

YZ touche cette parabole, car

$$\frac{a^2(b-c)}{a^2} + \frac{b^2(c-a)}{b(a-c)} + \frac{c^2(a-b)}{c(a-b)} = 0.$$

Il en résulte que la parabole, qui a P pour foyer et OI pour directrice, touche les côtés de DEF et XYZ .
