

Certificats d'analyse supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 7
(1907), p. 38-40

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1907_4_7__38_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1907, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS D'ANALYSE SUPÉRIEURE.

Paris.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. 1° *Démontrer qu'une fonction uniforme d'une variable ayant partout à distance finie le caractère d'une fonction rationnelle ne peut avoir plus de deux périodes ;*

2° *Démontrer qu'une fonction uniforme de deux variables, ayant partout à distance finie le caractère d'une fonction rationnelle, ne peut avoir plus de quatre paires de périodes. La démonstration devra mettre en évidence un cas particulier où le théorème est en défaut.*

II. 1° *Combien une fonction thêta d'ordre m à une variable a-t-elle de racines dans un parallélogramme de périodes ?*

2° *On considère la fonction thêta à deux variables, avec les périodes 2π et $2\pi i$ pour x et y , satisfaisant aux équations*

$$\Theta(x + \alpha, y + \beta) = e^{dx + A} \Theta(x, y).$$

$$\Theta(x + \alpha', y + \beta') = e^{c\gamma + A'} \Theta(x, y),$$

d et c étant entiers et la condition

$$c\beta - d\alpha' = 0$$

étant vérifiée. En désignant par $\Theta(x, y)$ et $\eta(x, y)$ deux de ces fonctions prises arbitrairement, trouver le nombre

(39)

des racines communes aux deux équations

$$\Theta(x, y) = 0, \quad \eta(x, y) = 0$$

dans un prismoïde de périodes.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Trouver les résidus de l'intégrale double de fonction rationnelle*

$$\int \int \frac{x dx dy}{y^2 - x^4 - 1}.$$

(Octobre 1905.)

Paris.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Étant donné le tableau de quatre périodes géométriquement distinctes relatif aux variables x et y ,*

$$\begin{array}{c|cccc} x & 2\pi i & 0 & \alpha & \alpha' \\ y & 0 & 2\pi i & \beta & \beta' \end{array}$$

on considère les équations

$$\begin{aligned} f(x + 2\pi i, y) &= f(x, y); & f(x, y + 2\pi) &= f(x, y), \\ f(x + \alpha, y + \beta) &= e^{hx} f(x, y); & f(x + \alpha', y + \beta') &= e^{ky} f(x, y), \end{aligned}$$

où h et k sont des nombres entiers. A quelle condition existe-t-il des fonctions entières de x et y satisfaisant à ces quatre équations?

Cette condition étant remplie, quelle est la forme de ces fonctions et combien y en a-t-il de linéairement distinctes? Quelles sont aussi les inégalités à adjoindre à la condition trouvée?

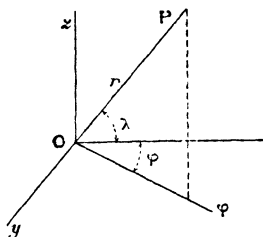
II. *Trouver les résidus de l'intégrale double de fonction rationnelle*

$$\int \int \frac{dx dy}{x^2 - ay^2 - by - c},$$

a, b, c , étant trois constantes.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Quand une surface est donnée en*

coordonnées polaires par l'expression de r en fonction des



angles λ et φ , quelle est l'expression de l'élément d'aire sur cette surface?

Appliquer la formule trouvée à la recherche de l'aire de la surface fermée représentée en coordonnées rectangulaires par l'équation

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2(x^2 - y^2).$$

*On commencera par se rendre compte de sa forme.
(a est une ligne donnée).*

(Juillet 1905.)