

LUCIEN GODEAUX

Sur une surface remarquable du quatrième ordre

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 7
(1907), p. 255-257

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1907_4_7__255_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1907, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[M²4e]

SUR UNE SURFACE REMARQUABLE DU QUATRIÈME ORDRE ;

PAR M. LUCIEN GODEAUX.

1. Soient A, B deux points fixes dont les coordonnées sont respectivement (a_1, a_2, a_3, a_4) et (b_1, b_2, b_3, b_4) , une quadrique dont l'équation est

$$\gamma_x^2 = 0$$

et enfin une droite d'intersection de deux plans

$$\alpha_x = 0, \quad \beta_x = 0.$$

Je prends un point X de l'espace. Les droites AX, BX rencontrent les plans α , β respectivement aux points A₁, B₁. Je vais rechercher le lieu de X lorsque la droite A₁B₁ est tangente à la quadrique γ .

Soient x_1, x_2, x_3, x_4 les coordonnées du point X; les coordonnées des points A₁, B₁ sont respectivement

$$\alpha_x a_i - \alpha_a x_i, \quad \beta_x b_i - \beta_b x_i \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Soit $k(\alpha_x a_i - \alpha_a x_i) + k'(\beta_x b_i - \beta_b x_i)$ les coordonnées du point de rencontre de la droite A₁B₁ avec la quadrique; on a l'équation de condition

$$k^2(\alpha_x^2 \gamma_a^2 - \gamma_x^2 \alpha_a^2) + 2kk'(\gamma_a \alpha_x - \gamma_x \alpha_a)(\gamma_b \beta_x - \gamma_x \beta_b) + k'^2(\gamma_b^2 \beta_x^2 - \gamma_x^2 \beta_b^2) = 0.$$

Pour que A₁B₁ soit tangente à γ , il faut que les deux racines de cette équation soient égales, c'est-à-dire que l'on ait

$$(\gamma_a \alpha_x - \gamma_x \alpha_a)^2 (\gamma_b \beta_x - \gamma_x \beta_b)^2 - (\gamma_b^2 \beta_x^2 - \gamma_x^2 \beta_b^2) (\alpha_x^2 \gamma_a^2 - \gamma_x^2 \alpha_a^2) = 0.$$

Le lieu de X est donc une surface du quatrième ordre S₄.

2. Soit π un plan passant par la droite AB. Le lieu des points X contenus dans ce plan est, comme on sait, une quartique ayant un point double en A, un point double en B et un point double sur la droite d (DERIVITS, *Mathesis*, 1^{re} série, t. VII, 1887).

Les points A et B sont donc des points doubles et la droite d une droite double de la surface S₄.

Il existe deux plans passant par la droite AB et qui

sont tangents à la quadrique γ ; ces plans rencontrent la surface chacun suivant une conique double.

3. Les plans passant par la droite d rencontrent encore la surface S_4 suivant une conique.

Le plan (A, d) et le plan (B, d) rencontrent la surface chacun suivant une conique dégénérée en deux droites et dont le centre est en A ou en B.

Les plans passant par l'une de ces quatre droites rencontrent la surface S_4 suivant une cubique plane; parmi ces cubiques, il y en a quatre qui ont un point double soit en A, soit en B.

4. On peut énoncer la génération de S_4 ainsi : *Le lieu du sommet d'un triangle dont les côtés adjacents passent par des points fixes, dont le côté opposé est tangent à une quadrique et a ses extrémités dans des plans fixes, est une surface du quatrième ordre.*