

Certificats de calcul différentiel et intégral

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 6
(1906), p. 87-89

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__87_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

Nancy.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *On considère l'équation différentielle*

$$x + py - \frac{3ap}{1+p^2} = 0,$$

où l'on a posé $\frac{dy}{dx} = p$ et où a désigne un nombre donné positif :

1° Intégrer cette équation ;

2° Déterminer la solution telle que la courbe qui la représente admette l'axe des y pour tangente et construire cette courbe (on ne cherchera pas l'équation explicite de la courbe) ;

3° Cette courbe est fermée ; calculer le volume engendré par sa révolution autour de l'axe des y .

II. On considère la courbe représentée en coordonnées rectangulaires $Oxyz$ par les équations

$$y = x^2, \quad z = \frac{2}{3}x^3.$$

1° Trouver le lieu des parallèles menées par l'origine aux tangentes successives à cette courbe et trouver l'enveloppe des plans menés par l'origine parallèlement aux plans osculateurs successifs ;

2° Calculer l'angle de la tangente en un point de la courbe avec la bissectrice de l'angle xOy ;

3° Déterminer les développantes de la courbe.

(Novembre 1905.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. P et Q désignant deux fonctions données des deux variables indépendantes x et y , énoncer et démontrer la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une fonction $u(x, y)$ dont la différentielle totale soit égale à

$$P(x, y) dx - Q(x, y) dy.$$

Comment calcule-t-on cette fonction u ?

II. Déterminer la fonction z des deux variables indépendantes x et y de manière :

1° Que l'expression $z dx + z^2 dy$ soit une différentielle totale exacte ;

2° Que, pour $y = 0$, la fonction z se réduise à $\sqrt{x}$.

La fonction z une fois déterminée, intégrer la différentielle

$$z \, dx + z^2 \, dy.$$

III. Soient C une courbe représentée par l'équation

$$y = f(x),$$

P le pied sur l'axe des x de l'ordonnée d'un point M de cette courbe, et D la parallèle menée par P à la tangente au point M . Cette droite D a une enveloppe.

1° Évaluer les coordonnées du point de contact N de la droite D avec son enveloppe;

2° Déterminer la courbe C de telle façon que l'ordonnée du point N soit égale aux deux tiers de l'ordonnée de centre de courbure de la courbe au point M .

(Novembre 1905.)