

Certificats de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 6
(1906), p. 81-85

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__81_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

Lille.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE ET ANALYSE. — I. 1° Ox , Oy , Oz étant trois axes rectangulaires, montrer que la surface développable dont les plans tangents sont représentés par l'équation

$$x \sin t - y \cos t + z - at = 0,$$

où a désigne une longueur constante et t un paramètre

Ann. de Mathémat., 4^e série, t. VI. (Février 1906.)

variable, admet pour arête de rebroussement la courbe engendrée par le point de coordonnées

$$(1) \quad \begin{cases} x = a \cos t, \\ y = a \sin t, \\ z = at, \end{cases}$$

qui rencontre l'axe Ox en un point A.

2° Soient M un point quelconque de la courbe, P et Q les deux points de la tangente en M dont la distance à M est égale à la longueur de l'arc AM; trouver le lieu du point P et celui du point Q; rectifier les courbes obtenues.

3° L'une des courbes précédentes est située dans le plan xOy ; chercher l'expression du rayon de courbure en un point quelconque et l'équation de la développée de cette courbe.

4° Vérifier que la courbe représentée par les équations (1) est tracée sur un cylindre de révolution d'axe Oz et sur la surface

$$z = a \arctan \frac{y}{x};$$

calculer l'aire de la portion de cette dernière surface comprise à l'intérieur du cylindre entre le plan xOy et le plan parallèle de cote $\frac{\pi}{2}a$.

II. Trouver et intégrer l'équation différentielle des courbes planes telles que le segment intercepté sur une tangente quelconque par le point de contact et la projection d'un point fixe ait une longueur donnée.

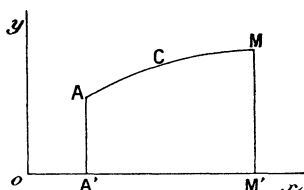
MÉCANIQUE. — I. Définir l'accélération d'un point dans le cas général; déterminer ses composantes suivant les axes de coordonnées, puis ses composantes tangentielle et normale.

II. Étudier le mouvement d'un point M qui décrit un arc d'hélice de façon que sa projection N sur l'axe de cette hélice soit animée d'un mouvement vibratoire simple.

(Novembre 1905.)

Lyon.

ÉPREUVE ÉCRITE (extrait). — Construire la courbe plane C, telle que l'aire comprise entre l'ordonnée fixe A'A, la



courbe, l'ordonnée mobile M'M, l'axe des x, soit proportionnelle à l'arc AM.

SOLUTION.

Plaçons A' à l'origine, en prenant AA' pour unité de longueur. Alors l'aire est égale à l'arc et il vient

$$y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}),$$

$$* \quad s = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}).$$

(Novembre 1904.)

Montpellier.

ÉPREUVE ÉCRITE. — On considère l'ellipse

$$x = a \cos \varphi, \quad y = b \sin \varphi,$$

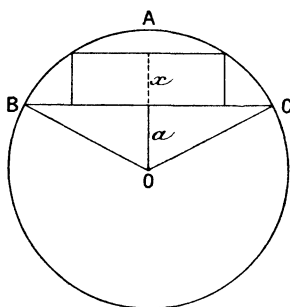
et la tangente en un point déterminé M de la courbe. Cette tangente rencontre les axes de coordonnées en deux points A et B, en lesquels on élève des perpendiculaires auxdits axes.

Ces perpendiculaires se coupent en un point N dont on demande le lieu lorsque M se déplace sur l'ellipse donnée.

On construira la courbe qui a, entre autres asymptotes, les asymptotes $x = a$ et $x = b$.

Considérant la branche de courbe qui se rapporte à ces deux dernières, on évaluera l'aire comprise entre cette branche, les asymptotes en question et une ordonnée d'abscisse quelconque plus grande que a . On évaluera aussi le volume engendré par l'aire précédente tournant autour de Ox .

ÉPREUVE PRATIQUE. — Incrire le rectangle de surface



aussi grande que possible dans un segment de cercle donné ABC.

N. B. — Le segment sera considéré comme déterminé par le rayon r de l'arc qui le limite, et par la distance a du centre O de cet arc à la base BC .

On pourra prendre comme inconnue la hauteur x du rectangle.
(Novembre 1905.)

Toulouse.

ÉPREUVE ÉCRITE. — Une courbe plane (C) est invariablement liée à un axe vertical $y'y$ situé dans son plan, et tourne autour de cet axe avec une vitesse angulaire constante ω .

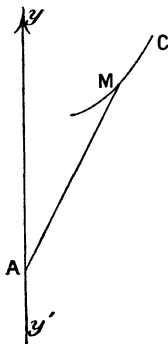
Une tige homogène et pesante AM de masse m et de longueur l est mobile dans le plan de la courbe (C), ses extrémités A et M étant assujetties à rester sur l'axe $y'y$ et sur la courbe (C). On néglige les frottements.

1° Déterminer la résultante des actions de la force cen-

(85)

trifuge sur la tige AM et le point d'application de cette résultante, en supposant que la tige occupe une position fixe dans le plan de la courbe (C), pendant la rotation.

2° Déterminer la courbe (C) de manière que la tige soit



en équilibre relatif pendant la rotation quelle que soit la position de l'extrémité M sur la courbe (C).

3° Construire la courbe obtenue.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Dans un cercle, un arc de longueur 3^{dm} sous-tend une corde de 2^{dm}. Trouver le rayon du cercle au dixième de millimètre. (Novembre 1905.)*