

Certificats de géométrie supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 6
(1906), p. 330-332

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__330_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE.

Paris.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *Une surface étant donnée par les équations*

$$y = ux, \quad z = v + x\varphi(u, v), \quad x\varphi'_v(u, 0) + 1 = 0,$$

où φ est une fonction quelconque des paramètres u et v , définir géométriquement le réseau formé par les deux familles de courbes $u = \text{const.}$ et $v = \text{const.}$ Prouver que ce réseau est conjugué.

Déterminer les lignes de courbure des surfaces (S) qu'on obtient en prenant

$$\varphi = \sqrt{1 + u^2} \frac{e^{U+V} + e^{-U+V}}{2},$$

U étant une fonction arbitraire de u , et V une fonction arbitraire de v , indiquer la nature de ces deux familles de courbes.

Former l'équation aux dérivées partielles à laquelle doit satisfaire la fonction φ pour que les plans osculateurs des courbes $v = \text{const.}$ menés aux divers points de chaque courbe $u = \text{const.}$ soient parallèles à une droite dont les coefficients directeurs ne dépendent que de u . Montrer que la forme générale de φ est alors

$$\varphi = U(u) + U_1(u) V_1(v) + U_2(u) V_2(v),$$

les cinq fonctions mises en évidence étant arbitraires, et que les surfaces S précédemment considérées sont parmi les surfaces correspondantes.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Étant donnée la surface qui a pour équation*

$$2y^3 - 3xyz + z^2 = 0$$

déterminer ses lignes asymptotiques et construire leurs projections sur le plan des xy , en faisant prendre successivement diverses valeurs à la constante d'intégration.

(Octobre 1905.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — On considère les deux paraboloides

$$x^2 + y^2 = 2az,$$

$$x^2 + y^2 = -2az,$$

et les droites qui sont tangentes communes à ces deux surfaces. Déterminer les arêtes de rebroussement des développables engendrées par ces droites.

Équations qui déterminent la surface minima ayant pour ligne géodésique la développée d'une parabole.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Étudier les sections par les plans de coordonnées et par des plans parallèles au plan des x, y de la surface lieu du point dont les coordonnées en x, y, z s'expriment d'une manière suivante :

$$x = u + \frac{u^3}{3} + uv^2,$$

$$y = v^3,$$

$$z = (u^2 + v^2)^2 + 2u^2 - 2v^2.$$

(Mars 1905.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — Étant donnée l'équation aux dérivées partielles suivantes :

$$4u \left(\frac{\partial \theta}{\partial u} \right)^2 + 4v \frac{\partial \theta}{\partial u} \frac{\partial \theta}{\partial v} + \left(\frac{\partial \theta}{\partial v} \right)^2 = 1 :$$

1° Intégrer les équations différentielles de ses caractéristiques;

2° Montrer que ces caractéristiques sont les lignes géodésiques d'une certaine surface dont l'élément linéaire est

$$ds^2 = \frac{4u dv^2 - 4v du dv + du^2}{4(u - v^2)};$$

3° En substituant aux deux variables u et v les suivantes :

$$v \text{ et } \sqrt{u - v^2} = \omega,$$

prouver que la surface est applicable sur des surfaces de révolution. Déterminer les méridiens de ces surfaces de révolution.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Étant donné l'ellipsoïde lieu du point dont les coordonnées rectangulaires s'expriment en fonction de deux paramètres u et v par les formules

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{a(a-u)(a-v)}{(a-b)(a-c)}}, \\ y &= \sqrt{\frac{b(b-u)(b-v)}{(b-a)(b-c)}}, \\ z &= \sqrt{\frac{c(c-u)(c-v)}{(c-a)(c-b)}} : \end{aligned}$$

1° En déduire l'expression des deux formes quadratiques de différentielles

$$\begin{aligned} &dx^2 + dy^2 + dz^2, \\ &d\gamma dx + d\gamma' dy + d\gamma'' dz \end{aligned}$$

(où $\gamma, \gamma', \gamma''$ sont les cosinus directeurs de la normale);

2° Former l'équation différentielle des lignes asymptotiques, des lignes de courbure, l'équation aux rayons de courbure principaux. (Mars 1906.)