

J. JUHEL-RÉNOY

Sur la projection orthogonale d'un cercle

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 5
(1905), p. 543-544

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1905_4_5__543_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1905, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

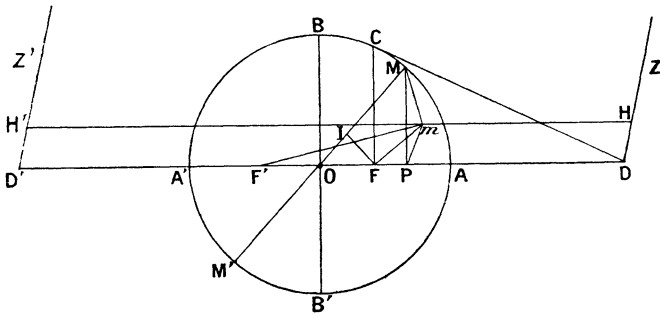
[L'1e]

SUR LA PROJECTION ORTHOGONALE D'UN CERCLE;

PAR M. J. JUHEL-RÉNOY.

Nous nous proposons d'établir que la démonstration, si simple et si élégante de M. Courcelles, relative à la projection orthogonale d'un cercle et reproduite dans tous les Traités de Géométrie, met en évidence, et avec la même facilité, non seulement les *foyers*, ainsi que l'a montré M. Courcelles, mais encore les *directrices* de l'ellipse et leur propriété caractéristique de polaires des foyers.

Soit O le centre du cercle qui se projette orthogo-



nalement suivant l'ellipse ayant pour foyers F et F' et pour grand axe AA' . Menons l'ordonnée FC du point F et la tangente en C à la circonférence qui coupe AA' en D ; par le point D , dans le plan de l'ellipse, traçons DZ perpendiculaire à AA' et, par le point D' symétrique de E par rapport à O , $D'Z'$ parallèle à DZ .

Soient

M un point de la circonférence ;

m sa projection orthogonale ;

mP perpendiculaire sur *AA'* ;

H'mH parallèle à *AA'* ;

M' symétrique de **M** par rapport à **O** ;

FI perpendiculaire sur **MM'**.

On sait que

$$mF = MI \quad \text{et} \quad mF' = M'I.$$

Ceci dit, on a

$$\overline{OM}^2 = \overline{OC}^2 = OF \times OD,$$

d'où

$$\frac{OM}{OD} = \frac{OF}{OM} = \frac{c}{a}.$$

Or

$$\frac{OF}{OM} = \frac{OI}{OP},$$

donc

$$\begin{aligned} \frac{c}{a} = \frac{OM}{OD} &= \frac{OI}{OP} = \frac{OM - OI}{OD - OP} = \frac{MI}{PD} \\ &= \frac{mF}{mH} = \frac{OM + OI}{OD + OP} = \frac{M'I}{PD'} = \frac{mF'}{mH'}, \end{aligned}$$

et, par suite,

$$\frac{mF}{mH} = \frac{mF'}{mH'} = \frac{c}{a}.$$

Les droites **DZ** et **D'Z'** sont les directrices de l'ellipse.

Il existe donc un rapport constant, plus petit que 1, entre les distances d'un point quelconque de l'ellipse au foyer et à la directrice correspondante.

On voit de plus que, **CF** étant la polaire du point **D**, la directrice est la polaire du foyer.
