# Certificats d'analyse et de géométrie infinitésimale

*Nouvelles annales de mathématiques 4e série*, tome 5 (1905), p. 416-420

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1905_4_5__416_1>

## CERTIFICATS D'ANALYSE ET DE GÉOMÉTRIE INFINITESIMALE.

### Bordeaux.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Une surface variable* $\Sigma$ *est seulement assujettie à limiter, avec le carré* PQRS *du plan* $xOy$, *un volume donné* V.

*Calculer l'intégrale de surface suivante, étendue à* *l'une quelconque des surfaces* $\Sigma$,

$$\int\int_{(\Sigma)} \left(\varphi e^y + \frac{\partial\psi}{\partial y} e^z + mx + ny + pz + q\right) dy\,dz$$
$$- \left(\frac{d\varphi}{dx} e^y + m'x + n'y + p'z + q'\right) dz\,dx$$
$$- \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial y} e^z + m''x + n''y + p''z + q''\right) dx\,dy,$$

*où* $\varphi$ *désigne une fonction continue de* $x$; $\psi$ *une fonction continue de* $x$ *et de* $y$; *et* $m$, $n$, ..., $p''$, $q''$ *des constantes.*

*Les coordonnées* $x$ *et* $y$ *des points* P, Q, R, S *sont respectivement :*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Pour | P....... | $x = -1$ | $y = -1$ |
| » | Q....... | $x = +1$ | $y = +1$ |
| » | R....... | $x = +1$ | $y = +1$ |
| » | S....... | $x = +1$ | $y = -1$ |

II. *Par chaque point* M *d'une courbe* C *on mène une droite* MN *de longueur donnée et constante et faisant avec la tangente, la normale principale et la binormale à la courbe* C *des angles donnés et constants.*

*Lorsque le point* M *décrit la courbe* C, *le point* N *décrit une courbe* $\gamma$.

*Trouver la condition que doivent remplir les données pour que le plan normal à la courbe* $\gamma$, *en chacun de ses points* N, *passe par le centre de courbure (centre du cercle osculateur) de la courbe* C *relatif au point correspondant* M.

*Interpréter les résultats.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Exposer brièvement la méthode de Cotes pour le calcul approché des intégrales définies.*

*Calculer les quatre coefficients* K *lorsque le nombre des points de division (en y comprenant les deux points extrêmes) est égal à* 4.

*On se servira de ces résultats numériques pour calculer* *une valeur approchée de l'intégrale définie*

$$\int_1^3 \frac{(x-5)(x-6)(x-7)}{x(x-8)}\,dx.$$

(Juillet 1904.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Trouver la surface enveloppe* E *de la famille de cônes représentés par l'équation*

$$(\theta x + x + y + z - 1)(\theta y + z) - \theta x(x + y + z - 1) = 0,$$

*où* $\theta$ *désigne le paramètre.*

II. *Montrer que la surface du quatrième degré* E *peut être engendrée par une droite s'appuyant sur les deux droites*

$$\Delta \left\{ \begin{array}{l} x = 0, \\ y = 0, \end{array} \right.$$

$$\Delta' \left\{ \begin{array}{l} z = 0, \\ x + y + z - 1 = 0. \end{array} \right.$$

*On fera voir, en passant, que* $\Delta$ *et* $\Delta'$ *sont des droites doubles de la surface et l'on écrira les équations des deux plans tangents à la surface* E *en chaque point de* $\Delta$.

III. *La droite*

$$G \left\{ \begin{array}{l} x = 0, \\ x + y + z - 1 = 0 \end{array} \right.$$

*est aussi une droite double de la surface; écrire l'équation du plan tangent à la surface* E *en chaque point de* G *et étudier rapidement la variation de ce plan tangent lorsque le point se déplace sur la droite* G.

IV. *Les coordonnées des divers points de* E *étant exprimées, d'après les résultats de la deuxième question, en fonctions de deux paramètres, on déterminera les lignes asymptotiques de cette surface.*

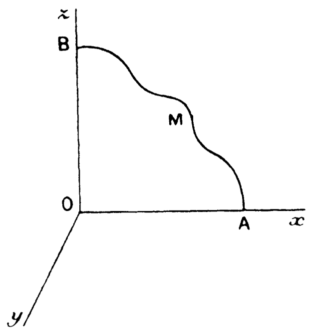
ÉPREUVE PRATIQUE. — *Les candidats traceront sur leur* *copie une courbe située dans le plan* $zOx$ *et analogue à celle de la figure ci-contre.*

*On prendra*

$$OA = 0^m,10,$$

$$OB = 0^m,12.$$

*Calculer, en employant la méthode de Simpson, quelques*




*valeurs approchées du volume engendré par l'aire* OAMB *tournant autour de* $Oz$.

*Les candidats emploieront les deux heures qui leur sont données de manière à obtenir le plus grand nombre possible de valeurs approchées. On divisera l'intervalle* OB *successivement en* 2, 4, 6, ... *parties égales.*

(Novembre 1904.)

## Lyon.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Les génératrices rectilignes d'une surface réglée* S *rencontrent toutes l'axe des* $z$. S *admet pour courbe asymptotique la cubique*

$$y = x^2, \qquad z = x^3.$$

*Construire :* 1° *la surface* S; 2° *les courbes asymptotiques* M *de* S; 3° *les trajectoires orthogonales* N *sur* S *des courbes* M.

*Les coordonnées sont rectangulaires.*

SOLUTION.

S est le conoïde

$$zx^3 = y^3.$$

Les courbes M sont les cubiques

$$y = \alpha x^2, \qquad z = \alpha^3 x^3 \qquad (\alpha = \text{param. arb.}).$$

Les courbes N sont découpées sur S par les ellipsoïdes

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = \beta \qquad (\beta = \text{param. arb.}).$$

II. *Calculer l'intégrale*

$$\int \frac{\sqrt{z-1}}{z^2}\,dz, \qquad \text{où} \qquad z = x + y\sqrt{-1},$$

*prise, dans le sens direct, le long du cercle* $x^2 + y^2 = R^2$.

(Novembre 1904.)