

Certificats de mathématiques préparatoires aux sciences physiques et industrielles

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 5
(1905), p. 136-140

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1905_4_5__136_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1905, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

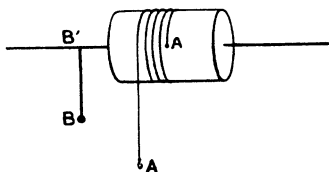
<http://www.numdam.org/>

**CERTIFICATS DE MATHÉMATIQUES PRÉPARATOIRES
AUX SCIENCES PHYSIQUES ET INDUSTRIELLES.**

Toulouse.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Un tambour léger de $0^m,25$ de rayon est monté sur un axe horizontal qui peut tourner librement sur lui-même.*

Sur ce tambour est enroulé un fil inextensible dont l'une des extrémités A' est attachée au tambour. Un poids de



20^{kg} est fixé à l'extrémité B d'un bras rigide B'B de $0^m,50$ de longueur monté d'équerre sur l'axe horizontal et faisant corps avec lui.

On néglige le poids du tambour, du fil et du bras.

1° Étudier les petites oscillations du système quand on accroche, sans choc, à l'extrémité libre A du fil un très petit poids a.

2° Déterminer les positions d'équilibre du système, en supposant que le poids accroché en A soit quelconque et non plus très petit. Condition de possibilité de l'équilibre.

3° Démontrer qu'il existe une valeur α du poids a pour laquelle le système, lâché sans choc, tend, sans osciller, vers l'une des positions d'équilibre. Trouver à 1° près

l'angle, avec la verticale inférieure, du bras B'B dans cette position d'équilibre.

4° *Montrer qu'en accrochant sans choc en A un poids 2α le système prendra un mouvement continu de rotation et déterminer les vitesses angulaires successives à chaque passage du bras B'B par la verticale inférieure.*

ÉPREUVE PRATIQUE.— *On a donné à une certaine variable x les valeurs successives*

$$0, 1, 2, 3, 4, 5,$$

et l'on a obtenu, pour une fonction y de cette variable, les valeurs correspondantes

$$0, 103, 252, 439, 668, 932.$$

1° *Vérifier, par l'examen des différences, que la fonction y peut être convenablement représentée par la formule*

$$y = ax + bx^2.$$

2° *Tirer le parti le plus avantageux des observations ci-dessus pour la détermination des constantes a et b .*

(Novembre 1904.)

Lille.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Étant donnés deux axes rectangulaires Ox, Oy , on considère la courbe (Γ) représentée par l'équation*

$$x^3 = ay^2,$$

a désignant une constante.

1° *Indiquer le nombre des normales que l'on peut mener à la courbe d'un point de Ox .*

2° *M désignant un point de la courbe et M' le point symétrique par rapport à Ox , trouver le lieu du point d'intersection de la tangente en M avec le rayon vecteur OM' quand M décrit (Γ) .*

3° *Calculer l'aire comprise entre l'arc OM de la courbe (Γ) et la corde OM, ainsi que les volumes (V) et (W) engendrés par la rotation de cette aire respective-*

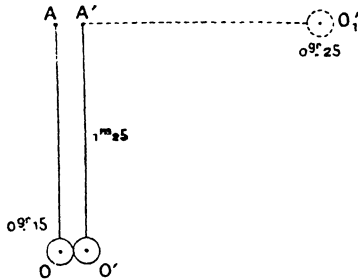
ment autour de Ox et de Oy ; déterminer le point M de telle sorte que (V) et (W) soient égaux.

4° Le volume (V) étant supposé rempli d'une matière pesante dont la densité en chaque point est $\frac{\mu}{(x+a)^2}$, μ représentant une constante, calculer la masse totale renfermée à l'intérieur de ce volume.

5° Trouver les trajectoires orthogonales de la famille des courbes engendrée par (Γ) quand le paramètre a varie.

ÉPREUVE PRATIQUE. — I. Théorème des moments des quantités de mouvements. Équation du mouvement d'un solide mobile sans frottement autour d'un axe fixe.

II. Deux pendules simples AO et $A'O'$ sont disposés de manière qu'au repos les deux très petites masses O et O' ,



supposées sphériques, soient tangentes, et que leur ligne des centres OO' soit horizontale. On écarte le pendule $O'A'$ de manière à le placer horizontalement en $A'O_1$, dans le plan $A'AO$, puis on l'abandonne à lui-même sans vitesse initiale. Il se produit alors un choc, après lequel les deux sphères O et O' s'élèvent à des hauteurs h et h' au-dessus de l'horizontale OO' . On demande de calculer ces deux hauteurs h et h' , en supposant que les deux sphères O et O' soient parfaitement élastiques.

Données : la longueur du pendule $A'O'$ est de $1^m,25$; les poids des sphères O et O' sont respectivement de $0^k,25$ et $0^k,15$.

(Novembre 1904.)

Paris.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Étant donnée la chaînette*

$$y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

(*a* constante positive) qui coupe l'axe *Oy* au point *A*, on prend sur cette courbe un point *M*, d'abscisse *x* et l'on abaisse de ce point la perpendiculaire *MP* sur *Ox*; puis on fait tourner la figure autour de l'axe *Ox*.

Calculer :

- 1° Le volume engendré par l'aire *OAMP*;
- 2° L'aire engendrée par l'arc *AM*.

II. *L'expression*

$$\frac{2x(1 - e^y)}{(1 + x^2)^2} dx + \frac{e^y}{1 + x^2} dy$$

est-elle une différentielle totale?

En supposant que *x* et *y* désignent les coordonnées rectangulaires d'un point du plan, calculer l'intégrale

$$\int \frac{2x(1 - e^y)}{(1 + x^2)^2} dx + \frac{e^y}{1 + x^2} dy$$

le long d'une courbe allant du point $x = 0, y = 0$ au point $x = 2, y = 4$.

III. *Intégrer l'équation différentielle*

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + ky = 0,$$

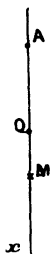
où *k* est une constante donnée.

Quelles sont les différentes formes de l'intégrale générale suivant les valeurs de *k*?

Examiner en particulier les cas

$$k = 1, \quad k = 2, \quad k = -3.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — I. Un point pesant M est attiré par un point fixe A proportionnellement à la distance. Quand le point M est placé en O à une distance $AO = a$ au-dessous du point A, l'attraction de A sur le point M est égale et opposée au poids du point.



Trouver le mouvement du point M, en supposant qu'il soit abandonné sans vitesse au point A. Quelle est la durée de l'oscillation du point M? Quelle est sa vitesse quand il arrive en O?

APPLICATION NUMÉRIQUE. — En employant le système C.G.S., on suppose

$$a = 10^{\text{cm}}, \quad g = 980.$$

II. Calculer les intégrales définies

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x \, dx, \quad \int_0^1 x^2 e^x \, dx$$

à 0,01 près.

(Octobre 1904.)