

A. MANNHEIM

**Construire en grandeur et en direction
les axes d'une ellipse dont on connaît
deux diamètres conjugués**

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 4
(1904), p. 5-7

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1904_4_4__5_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1904, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOUVELLES ANNALES

DE

MATHÉMATIQUES.

[L¹3b]

CONSTRUIRE EN GRANDEUR ET EN DIRECTION LES AXES
D'UNE ELLIPSE DONT ON CONNAIT DEUX DIAMÈTRES
CONJUGUÉS;

PAR M. A. MANNHEIM.

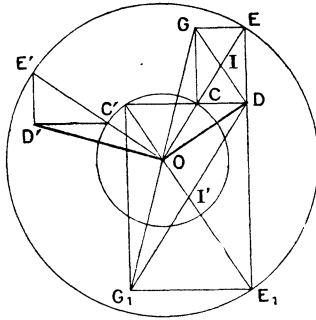
- - -

Le problème dont il s'agit a donné lieu à un assez grand nombre de constructions. Une démonstration nouvelle de l'une d'elles ne peut évidemment constituer qu'une simple curiosité géométrique. C'est à ce titre qu'il me semble intéressant de signaler la suivante, inédite je crois, qui est curieuse en ce qu'il suffit que l'on connaisse seulement la génération de l'ellipse et la construction de deux de ses diamètres conjugués obtenues en considérant l'ellipse comme projection d'un cercle. De plus, cette construction se trouvant démontrée, on peut en déduire un certain nombre de théorèmes qui sont précisément ceux sur lesquels on s'appuie en général pour y arriver : les théorèmes d'Apollonius par exemple.

Soient OC, OE les rayons de deux cercles concentriques égaux respectivement au demi-petit axe et au demi-grand axe d'une ellipse. Les droites CD, ED paral-

(6)

lèles aux axes de cette courbe se coupent en un de ses points D : c'est le mode de génération de l'ellipse qui est bien connu. Au moyen de E' , extrémité du diamètre perpendiculaire à OE , on obtient de la même manière le point D' extrémité du diamètre de l'ellipse qui est conjugué de OD . Tout ceci, comme je l'ai dit, s'obtient



en considérant l'ellipse comme projection d'un cercle, et suffit pour la démonstration qui suit.

Les triangles CDE , $C'D'E'$ ont des hypoténuses égales et leurs côtés respectivement perpendiculaires; ils sont donc égaux et l'on a :

$$E'D' = CD.$$

Faisons tourner d'un angle droit le triangle $E'D'O$ autour de son sommet O . Le point E' vient en E et le point D' en G . On a alors

$$GE = E'D',$$

Par suite, d'après ce qui précède,

$$GE = CD.$$

La figure CDEG est donc un rectangle et l'on a cette construction pour le problème proposé :

Sur la perpendiculaire OG à O'D' on porte le segment OG égal à OD'. On mène la droite OI qui passe par le milieu I de DG et l'on prend sur cette droite les segments IE, IC égaux à ID.

La droite CD, qui passe par le point C plus rapproché de O que le point E, est parallèle au grand axe; les demi-axes sont égaux à OE, OC.

Prolongeons ED jusqu'au point E_1 où elle coupe le cercle de rayon OE. Si l'on fait correspondre le point D au point E_1 , on est conduit à employer le point G_1 extrémité du segment OG_1 qui est perpendiculaire et égal à OD'. On achève alors la construction comme précédemment, en faisant usage du milieu I' du segment DG_1 .

Ainsi que je l'ai dit en commençant, la construction étant obtenue, on peut en déduire divers résultats. Par exemple :

Les bissectrices des angles formés par les droites DG_1 , DG_1 , sont parallèles aux axes de l'ellipse.

En effet, le triangle isocèle GIE a ses côtés également inclinés sur les axes de l'ellipse, DG_1 est parallèle à IO, donc, etc.

On peut ajouter que DG étant égal à CE est égal à la demi-différence des axes. De même DG_1 est égal à la demi-somme des axes.
