

## Bibliographie

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 4  
(1904), p. 558-563

<[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1904\\_4\\_4\\_558\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1904_4_4_558_1)>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1904, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

---

## BIBLIOGRAPHIE.

---

LEÇONS D'ÉLECTRICITÉ; par *E. Carvallo*. — In-8°. Paris, Librairie Polytechnique, 1904.

Dans ses Leçons, comme dans son Livre de la collection *Scientia*, M. Carvallo s'est inspiré de Maxwell : « Mon but, dit-il, est de répandre une méthode d'enseignement que je crois être celle de l'avenir; cette méthode cherche la clarté dans une exposition bien ordonnée des lois expérimentales *et dans leur identification avec les lois de la Mécanique.* »

CHAPITRE I : *Le courant*. — La formule mécanique

(1) 
$$W = F \delta,$$

où  $F$  est la force,  $\delta$  le déplacement,  $W$  l'énergie, a-t-elle son équivalent en électricité? La loi de l'équivalence le long du circuit (expériences de Favre) donne d'abord la notion de la quantité  $W$ . La loi de Faraday introduit la quantité  $\delta$  : un circuit contenant uniquement des générateurs et des récepteurs chimiques offre en effet le caractère d'une machine à

liaisons complètes comme le treuil, et le nombre de valences rompues ou établies depuis le début de l'expérience, nombre qui est le même dans tous les appareils, est à tout instant une véritable *coordonnée* électrochimique; la variation de cette coordonnée pendant un temps donné est le *déplacement* électrochimique. On peut d'ailleurs définir ce déplacement par l'ampèremètre; on cesse de le qualifier d'*électrochimique*, et l'on dit simplement *le déplacement électrique*  $q$ . On écrit alors

$$(1') \quad E = \frac{W}{q} \quad \text{ou} \quad W = Eq,$$

et l'on donne à  $E$  le nom de *force électromotrice*.

La loi de Joule introduit l'idée de résistance, et conduit à la formule

$$E - Ri = 0;$$

comme dans son Livre de *Scientia* (n° 16) l'auteur considère  $- Ri$  comme une force de frottement, dont le travail résistant,  $- Ri \times q$  ou  $- Ri^2 t$ , est dégradé en chaleur de Joule.

CHAPITRE II : *Distribution des courants*. — Les problèmes de dynamique sont ramenés par le théorème de d'Alembert à des problèmes de statique, et ceux-ci se résolvent par le théorème des travaux virtuels; si le degré de liberté du système est  $p$ , on obtiendra  $p$  équations permettant de calculer les  $p$  coordonnées du système en fonction du temps, les conditions initiales étant connues. Si l'on prend en particulier pour l'un des mouvements virtuels le mouvement réel, on a l'équation des forces vives; cette équation suffit lorsque le degré de liberté du système est *un*; dans le cas général, il faut y joindre  $p - 1$  équations obtenues au moyen de  $p - 1$  mouvements vraiment virtuels.

Dans le domaine de la Physique, on appellera *coordonnées d'un système* toutes les grandeurs variables qui contribuent à définir son état à chaque instant; le *déplacement du système* sera l'ensemble des changements de ses coordonnées. Et de même que, pour les problèmes où le degré de liberté est *un*, les physiciens emploient avec succès le principe de la conservation de l'énergie, légitimé par la vérification expérimentale des conséquences que l'on en tire, de même, pour

les problèmes de la nature où le degré de liberté est  $p$ , on peut essayer de généraliser la méthode des travaux virtuels, sauf à soumettre les conclusions obtenues au contrôle de l'expérience.

C'est dans cet ordre d'idées que M. Carvallo expose la solution du problème des réseaux conducteurs. La loi des bifurcations de Faraday, connue sous le nom de premier théorème de Kirchhoff,

$$\sum i = 0 \quad \text{autour d'un point,}$$

montre que l'établissement d'un pont dans un réseau conducteur introduit un degré de liberté dans le système, et cette remarque donne le moyen d'organiser un système de coordonnées non surabondant. Le second théorème de Kirchhoff,

$$\sum (e - ri) = 0 \quad \text{sur un contour fermé,}$$

regardé comme loi des travaux virtuels pour le système particulier des courants, donne  $p$  équations si le degré de liberté du système est  $p$  : on les écrit à mesure que l'on introduit les  $p$  coordonnées dont on vient de parler.

Ces théorèmes de Kirchhoff, joints à la loi de Joule, donnent la formule de Ohm pour l'expression de la résistance. Mieux encore, les deux lois de Kirchhoff se généralisent pour des plaques, pour des corps dont les trois dimensions sont sensibles; il devient possible d'étudier la distribution des courants dans des conducteurs de forme quelconque, et l'auteur établit à ce sujet les équations de Kirchhoff qui, complétées par les forces électromotrices d'induction, conduisent à celles de Maxwell.

CHAPITRE III : *Électromagnétisme*. — Vecteurs, cycles, flux. Loi élémentaire de l'électromagnétisme (forme de Maxwell). Loi de Pouillet. Formule de Laplace. Travail et fonction des forces électromagnétiques. Les aimants.

CHAPITRE IV : *Induction électromagnétique*. — Tandis que, dans ce qui précède, on suppose atteint l'état de régime, de sorte qu'aucune force d'inertie n'apparaît, il en apparaît une dans le phénomène de la self-induction. Considérons le

courant d'une pile dans un circuit dont le coefficient de self-induction est  $L$ ; le travail total de la force électromotrice de self-induction,  $-L \frac{di}{dt}$ , comparable à  $-m \frac{dv}{dt}$ , depuis l'établissement des contacts jusqu'au moment où le régime est établi, est  $-\frac{1}{2} Li^2$  : ce travail résistant est emprunté à la pile et diminue d'autant la chaleur de Joule; quand on arrête le courant, l'énergie  $+\frac{1}{2} Li^2$  est restituée en chaleur de Joule;  $\frac{1}{2} Li^2$  est l'énergie propre du courant comme la force vive est l'énergie propre du volant. Plus loin la force électromagnétique est comparée à la force centrifuge.

Les deux lois de Kirchhoff sont étendues au circuit magnétique.

Hystérésis.

CHAPITRE V : *Électrostatique*. — Extension des théorèmes de Kirchhoff aux réseaux contenant des condensateurs. Diélectriques. Énergie électrostatique, comparable à celle d'un ressort bandé. Induction et potentiel électrostatiques.

Théorie de Maxwell : le diélectrique doit propager des ondes de déplacements électriques comme l'air propage les ondes sonores; expériences de Hertz; télégraphie sans fil. Vitesse de propagation des ondes électromagnétiques; expériences de M. Blondlot. Théorie électromagnétique de la lumière.

On voit assez, par ce compte rendu, que l'auteur s'est efforcé surtout de faire comprendre l'électricité en s'aidant de la mécanique. « Je veux montrer, dit-il, que l'application des mots *déplacement* et *force* aux phénomènes électriques est légitime; que leur usage et l'adaptation de la loi des travaux virtuels ne consacrent pas l'illusion d'une analogie purement formelle. C'est l'idée de ce cours. Vous la trouverez dans Maxwell. » Et plus loin : « La signification du mot *moment* a été malheureusement restreinte depuis Galilée. La protestation de Lagrange a été impuissante à combattre cette diminution de la pensée de Galilée, pensée qu'il faut au contraire rendre universelle, car elle embrasse l'ensemble des phénomènes

naturels, pourvu que le mot *déplacement* soit entendu dans son sens le plus large. »

Je puis assurer à ceux qui liront ce Livre qu'ils y trouveront ample matière à réflexion : ce n'est pas un mince éloge.

G. FONTENÉ.

LEÇONS ÉLÉMENTAIRES SUR LA THÉORIE DES GROUPES DE TRANSFORMATIONS, professées à l'Université de Messine, par M. G. Vivanti; traduites par A. Boulanger. Paris, Gauthier-Villars, 1904.

La théorie des groupes occupe, dans tous les périodiques mathématiques, une place importante et bien justifiée. Elle n'avait pourtant pas été, jusqu'à ce jour, présentée au public français sous une forme didactique. Le livre que nous annonçons vient ainsi combler une lacune regrettable. Il remplacera avantageusement une traduction, à première vue plus désirable, du grand Traité de Sophus Lie : *Theorie der Transformationsgruppen*. Je dis avantageusement, car l'Ouvrage de Lie, évidemment plus complet, est malheureusement trop touffu et parfois prolixe. Au contraire, M. Vivanti a su condenser dans son petit livre presque toute la matière des 2000 pages de Lie, sans jamais tomber pour cela dans l'obscurité.

Je n'aurais à faire que quelques critiques de détails. L'expression, malheureusement aujourd'hui classique, de *transformation infinitésimale*, ne me paraît pas répondre à la tendance générale qui consiste à remplacer l'emploi des infiniment petits par celui des différentielles ou des dérivées. De même que l'on parle du mouvement hélicoïdal tangent à un mouvement donné, pourquoi ne pas adopter l'expression de *transformation linéaire tangente à un groupe donné*. Les équations

$$\begin{aligned} X_1 &= x_1 + t f_1(x_1, \dots, x_n), \\ &\dots\dots\dots \\ X_n &= x_n + t f_n(x_1, \dots, x_n) \end{aligned}$$

déterminent pour  $t$  très petit la transformation infinitésimale du groupe dont les trajectoires  $\Gamma$  sont définies par les équations :

$$\frac{dx_1}{f_1(x_1, \dots, x_n)} = \dots = \frac{dx_n}{f_n(x_1, \dots, x_n)}.$$

Mais elles représentent aussi, quel que soit l'ordre de grandeur de  $t$ , un ensemble de transformations dont les trajectoires sont des *droites*, *tangentes* aux courbes  $\Gamma$ , ce qui justifierait notre dénomination.

A l'exemple de Lie, M. Vivanti a cru devoir se restreindre aussi à la considération des fonctions analytiques. La facilité qui en résulte pour quelques démonstrations est évidente. Il me semble qu'on a cependant un peu abusé de ce prétexte dans un grand nombre de sujets touchant à la Géométrie et à la Physique mathématique. En dépit du vieil adage que « la nature ne fait pas de sauts », il n'est déjà pas certain (comme l'a fort bien fait remarquer M. Baire) qu'on soit en droit de se limiter dans ces sortes de questions à l'usage des fonctions continues et dérivables.

A plus forte raison ne doit-on pas étudier exclusivement le cas où les fonctions que l'on considère sont holomorphes; c'est à peu près comme si l'on voulait supprimer de la Géométrie l'étude du cercle sous prétexte que son ordonnée n'est pas partout une fonction holomorphe de l'abscisse.

Ces observations une fois faites, nous ne saurions trop insister sur le grand mérite de M. Vivanti qui est d'avoir pu rendre claire et accessible une théorie dont les parties élevées ne semblaient pouvoir être abordées qu'après un long effort.

L'habile traduction de M. Boulanger doit prendre aussi sa part de nos louanges.

MAURICE FRÉCHET.