

Rapport de M. Appell sur l'enseignement dans la classe de mathématiques spéciales

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 4
(1904), p. 385-399

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1904_4_4__385_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1904, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**RAPPORT DE M. APPELL SUR L'ENSEIGNEMENT DANS LA CLASSE
DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES ⁽¹⁾.**

Les grandes Écoles qui prennent, comme base de leurs programmes d'examen, le programme de Mathématiques spéciales ont actuellement des exigences discordantes : c'est ainsi que certaines questions figurant au programme de l'École Polytechnique ne figurent pas au programme de l'École centrale et inversement. Ces divergences n'ont pas grand inconvénient pour les élèves des lycées de Paris où se trouvent des classes préparant directement aux diverses Écoles ; mais, dans les lycées des départements, il y a souvent quelques élèves seulement se préparant à une École déterminée : on ne peut alors faire un enseignement particulier pour chaque groupe d'élèves et les moins nombreux sont nécessairement sacrifiés. Il arrive, en outre, que beaucoup de jeunes gens se préparent à deux ou même à plusieurs Écoles à la fois : avec des programmes trop divergents, leur travail devient très difficile.

Il y a donc un intérêt évident à ce que les Écoles

(¹) N. D. L. R. — Une Commission interministérielle, dite *Commission des grandes Écoles*, s'est réunie dans le courant de l'année scolaire 1903-1904 pour la création d'un programme d'études applicable à la classe de Mathématiques spéciales. On sait que, jusqu'à ce jour, les études étaient uniquement dirigées, dans cette classe, par les programmes d'admission aux grandes Écoles scientifiques.

Cette réforme semble marquer une étape importante dans l'enseignement scientifique français : nous avons donc pensé que nos lecteurs liraient avec intérêt le Rapport de M. Appell, qui indique nettement l'esprit dans lequel la Commission a élaboré le nouveau programme : quant à ce programme même, il est reproduit dans le *Supplément* du présent numéro.

prenant comme base la classe de mathématiques spéciales aient le *même programme*, ou, du moins, qu'il existe un programme d'enseignement *unique*, formant en quelque sorte le programme maximum dans lequel chaque École prendrait ses programmes d'admission, sans y introduire aucune question nouvelle de Spéciales et sans en altérer l'esprit général. C'est ce programme d'enseignement que la Sous-Commission a établi ; mais elle a admis qu'une École pourrait joindre, à son programme d'examens, des matières prises dans les programmes d'enseignement des classes des lycées autres que celle de Mathématiques spéciales.

L'existence d'un programme d'enseignement de ce genre se justifie, en outre, par une considération du plus haut intérêt social. Dans les concours pour les diverses Écoles, s'il y a beaucoup d'appelés, il y a peu d'élus : les candidats qui n'ont pas réussi, après deux ou même trois années de préparation, sont obligés de chercher des carrières dans l'industrie, soit directement, soit en passant par l'enseignement supérieur. Pour que les années préparatoires passées au lycée ne soient pas perdues, il faut que l'enseignement des lycées, au lieu de porter sur une partie seulement des connaissances fondamentales qu'on suppose devoir être complétées plus tard dans les Écoles, forme un ensemble ayant une portée éducative et scientifique.

C'est dans cet esprit que la Sous-Commission de Mathématiques spéciales a poursuivi ses travaux et rédigé les programmes qu'elle soumet à l'approbation de la Commission.

Tout d'abord, elle en a écarté les questions présentant un caractère technique, tout en s'efforçant de donner aux élèves l'instrument scientifique indispensable aux applications : elle en a écarté également tous

les développements trop rigoureux et systématiques touchant aux principes, qui ne peuvent être entièrement compris que par des esprits mûrs ayant une certaine pratique de la science; enfin elle en a fait disparaître à peu près complètement les théories de l'enseignement mathématique supérieur, comme la théorie des courbes algébriques qui se présente sous son véritable jour alors seulement qu'on peut faire ressortir les liaisons profondes de cette théorie avec celle des formes algébriques et des transcendentes abéliennes.

Les principaux changements effectués dans le programme de mathématiques portent sur les deux points suivants : simplification de la Géométrie analytique, développement de l'Analyse mathématique. En Géométrie analytique, la Commission a cherché à faire disparaître autant que possible l'emploi des formules générales relatives aux courbes et aux surfaces du second ordre rapportées à des axes quelconques; elle a réduit à très peu de chose les notions sur les courbes algébriques. En Analyse, elle a ajouté les chapitres qui sont d'un usage courant en Géométrie infinitésimale, en Mécanique et en Physique, comme les séries entières, les quadratures dans les cas les plus simples, les équations différentielles du premier ordre immédiatement intégrables, les équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants. En un mot, la Sous-Commission a cherché à développer l'enseignement dans le sens même dans lequel l'immense majorité des élèves de spéciales seront appelés à se diriger, dans les carrières qu'ils pourront rechercher.

Mais il faut bien avouer que l'œuvre de la Commission resterait stérile sans le concours des hommes qui seront chargés de donner la vie aux programmes, de les

enseigner ou d'en contrôler l'enseignement, c'est-à-dire sans le concours des professeurs et surtout des examinateurs.

Aussi la Commission a-t-elle jugé indispensable d'accompagner le programme de quelques commentaires et de le compléter par des vœux ayant pour but de préciser l'esprit qu'elle désire voir introduire dans l'enseignement et dans les examens.

Enseignement. — Les professeurs resteront maîtres de l'ordre dans lequel ils enseigneront les diverses questions du programme. Il leur est recommandé de ne pas charger les cours, de faire grand usage de livres, de ne pas abuser des théories générales, de n'exposer aucune théorie sans en faire de nombreuses applications poussées jusqu'au bout, de commencer habituellement par les cas les plus simples, les plus faciles à comprendre, pour s'élever ensuite aux théorèmes généraux. Parmi les applications d'une théorie mathématique, il conviendra de préférer celles qui se présentent en Physique, celles que les jeunes gens rencontreront plus tard dans le cours de leurs études soit théoriques, soit pratiques : c'est ainsi que, dans la construction des courbes, il conviendra de choisir comme exemples des courbes qui se présentent en Physique et en Mécanique, comme les courbes de Van der Waals, la cycloïde, la chaînette, etc., que, dans la théorie des enveloppes, il conviendra de prendre comme exemples les enveloppes qui se rencontrent dans la théorie des engrenages cylindriques, et ainsi de suite. Les élèves devront être interrogés en classe, exercés aux calculs numériques, habitués à raisonner directement sur les cas particuliers et non à appliquer des formules. En résumé, on devra développer leur jugement et leur initiative, non leur mémoire.

Nous allons maintenant passer en revue le programme pour préciser certains points.

Algèbre et Analyse. — Le professeur devra éviter de s'étendre sur les nombres incommensurables ; il lui suffira d'en donner des exemples précis en montrant comment on peut définir $\sqrt{2}$ par la notion de coupure. Par exemple, pour définir $\sqrt{2}$, on divise les nombres commensurables en deux classes, ceux dont le carré est inférieur à 2, et ceux dont le carré est supérieur à 2 ; la coupure entre ces deux classes définit $\sqrt{2}$. Quant aux opérations sur les incommensurables, le professeur pourra admettre qu'elles sont soumises aux mêmes règles que les opérations élémentaires de l'Arithmétique. Le professeur devra s'abstenir de toute théorie générale sur la notion de limite et se contenter de faire comprendre cette notion sur les exemples mêmes que fournit le programme.

Dans la résolution des équations du premier degré, on devra habituer les élèves à raisonner directement sur des équations numériques, à les résoudre et à les discuter sans employer les déterminants ; ceux-ci devront servir ensuite à donner à la théorie sa forme la meilleure.

Pour les séries, on se bornera à celles dont la convergence ou la divergence peuvent s'établir par l'application directe des règles indiquées au programme ; on en fera de nombreuses applications numériques, et l'on donnera aux élèves l'idée du plus ou moins de rapidité de la convergence, en leur faisant calculer une limite de l'erreur commise quand on prend un nombre déterminé de termes.

Dans la théorie des fonctions d'une variable réelle, on s'abstiendra de toute complication pour la notion de

continuité; on n'envisagera que des fonctions continues ayant une dérivée. On emploiera, partout où il sera possible, les représentations graphiques : signification géométrique de la dérivée, du signe de la dérivée seconde, du théorème des accroissements finis, du théorème de Rolle; relations qui existent entre les courbes représentatives d'une fonction et de ses dérivées première et seconde. Enfin la notion de la fonction primitive d'une fonction $f(x)$ sera obtenue en remarquant que l'aire d'un segment de la courbe $y = f(x)$ est une fonction ayant pour dérivée $f(x)$.

Une innovation importante est l'introduction des séries entières qui sont d'un usage constant dans les applications et qui forment, en même temps, la base de la théorie moderne des fonctions. L'importance de ces séries résulte de ce que, dans l'intervalle de convergence, on peut les multiplier, les diviser, les dériver, les intégrer comme des polynomes. Il est d'ailleurs expressément recommandé de ne pas se préoccuper des difficultés qui se présentent aux limites de l'intervalle de convergence. Pour exercer les élèves au maniement de ces séries, on en fera des applications nombreuses, principalement à l'intégration d'équations différentielles linéaires par la méthode des coefficients indéterminés. C'est ainsi que le développement des fonctions

$$y = e^x, \quad y = (1+x)^m$$

s'obtient facilement si l'on remarque que ces fonctions sont respectivement caractérisées par les équations

$$y = y, \quad (1+x)y' = my,$$

avec la condition $y = 1$ pour $x = 0$.

Pour la formule de Taylor on se bornera à la seule forme du reste indiquée au programme, et on laissera

complètement de côté les méthodes que l'on employait pour obtenir les développements de

$$L(1+x), \quad \text{arc tang } x, \quad (1+x)^m,$$

en prenant comme point de départ l'expression analytique du reste.

Dans la théorie des équations algébriques, on n'a laissé subsister que les théorèmes les plus essentiels. On a indiqué l'élimination par les fonctions symétriques; mais il ne devra être soulevé aucune difficulté pour le cas des racines infinies, et l'on devra s'abstenir de donner la valeur de la racine commune par la méthode des fonctions symétriques, la véritable méthode pratique étant l'emploi du plus grand commun diviseur. Pour les équations à coefficients réels, de nombreuses applications numériques et graphiques doivent être faites, surtout à des équations du troisième degré.

Différentielles et intégrales. — Les élèves étant habitués à la notion de dérivée, on définira la différentielle *première* d'une fonction d'une variable et la différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables, en insistant sur ce fait que la forme

$$f'_x dx + f'_y dy + \dots$$

se conserve par un changement de variables.

Les notions d'intégrale définie et de valeur moyenne d'une fonction seront rattachées aux représentations graphiques : on regardera l'aire comme une notion première.

En demandant l'intégration des différentielles rationnelles et de celles qui s'y ramènent, on a entendu demander l'intégration des différentielles rationnelles en x et $\sqrt{ax^2 + bx + c}$, ou en $\sin x$ et $\cos x$. On devra

surtout traiter des exemples numériques de ces quadratures. Indépendamment des méthodes générales, les élèves devront être exercés au calcul direct d'intégrales numériques des formes usuelles :

$$\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}},$$

$$\int \sqrt{ax^2 + bx + c} \, dx \quad \text{ou} \quad \int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x + c},$$

$$\int \cos^m x \sin^p x \, dx \quad (m \text{ et } p \text{ entiers}).$$

On trouvera dans la rectification des courbes, le calcul des volumes, des aires planes et courbes, des moments d'inertie, des centres de gravité, de nombreux exemples d'*intégrales simples* dans lesquels les calculs pourront et devront être faits complètement jusqu'à la fin.

De même les équations différentielles du premier ordre donneront lieu à de nombreuses applications numériques accompagnées d'interprétations géométriques. Enfin, l'intégration des équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants sera appliquée à des exemples tirés de la Mécanique et de la Physique.

Applications numériques. — Les applications numériques ont été réunies dans un paragraphe spécial. Dans cette partie du cours, on donnera surtout l'idée des méthodes pratiques pour la séparation et la détermination approchée des racines. Une équation de la forme

$$f(x) - \varphi(x) = 0$$

pourra être résolue approximativement par l'intersec-

tion des courbes

$$y = f(x), \quad y = \varphi(x).$$

On prendra comme exemples des équations qui se rencontrent dans les applications comme

$$\operatorname{tang} x - kx = 0, \quad x - e \sin x = nt, \quad \dots$$

L'extension de la méthode de Newton à la résolution de deux équations simultanées ne devra pas donner lieu à des développements théoriques, mais seulement à quelques applications numériques; connaissant les valeurs approchées a et b des coordonnées d'un point de rencontre des courbes

$$f(x, y) = 0, \quad \varphi(x, y) = 0,$$

on appellera

$$x = a + h, \quad y = b + k$$

leurs valeurs exactes et l'on calculera approximativement h et k , par les deux équations linéaires

$$f(a, b) + hf'_a + kf'_b = 0,$$

$$\varphi(a, b) + h\varphi'_a + k\varphi'_b = 0.$$

Les méthodes d'approximation ne devraient pas être demandées à l'examen oral, où le temps manque pour faire effectivement les calculs numériques; elles devraient former le sujet d'une au moins des compositions écrites, où les candidats seraient appelés à les appliquer à des exemples.

Géométrie analytique. — On a cherché à simplifier le programme en ce qui touche la construction des courbes, de façon à se rapprocher des conditions qui se

présentent le plus fréquemment dans les applications ; pour cela on a divisé la question en trois parties :

a. Étude des courbes définies par une équation qui peut être résolue explicitement par rapport à y ; ce cas est très fréquent dans la pratique.

b. Étude des courbes telles que les coordonnées d'un de leurs points soient exprimées en fonction d'un paramètre ; ce cas se présente constamment en Cinématique.

c. Courbes définies par une équation implicite et, en particulier, courbes algébriques. Cette dernière partie a été, comme nous l'avons déjà dit, très réduite. On a entendu supprimer toutes les théories générales sur les courbes algébriques ; on a notamment voulu supprimer toutes les théories relatives à l'étude d'une courbe algébrique dans le voisinage d'un point multiple à distance finie ou infinie, toutes les formules générales relatives aux asymptotes, les questions relatives à la hessienne, à la recherche des points de contact des tangentes issues d'un point, aux applications plus ou moins déguisées des formules de Plücker. On devra se borner à l'équation de la tangente en un point simple à distance finie ou infinie, à l'équation des tangentes en un point simple ou double situé à l'origine. La recherche des asymptotes et le tracé de la courbe devront être donnés seulement sur des exemples numériques de courbes du deuxième et troisième degré. De cette façon disparaissent des théories qui avaient donné lieu à de nombreux et vastes développements.

Une autre simplification est relative à l'étude des courbes et des surfaces de second ordre. Pour l'étude de ces courbes et surfaces sur les équations réduites, on devra, dans le cours, se borner aux propriétés essentielles indiquées au programme et laisser de côté les questions qui chargent la mémoire des élèves, comme

la construction des axes d'une conique à centre dont on connaît deux diamètres conjugués, la recherche des diamètres conjugués égaux dans l'ellipsoïde, etc.

On a également cherché à supprimer tout abus dans les problèmes relatifs aux coniques et quadriques représentées par l'équation littérale la plus générale. C'est ainsi que l'indication relative à l'emploi de la méthode de décomposition en carrés à des coniques ou des quadriques définies par des équations *numériques*, a pour but d'empêcher le calcul des coefficients de la décomposition en fonction des coefficients littéraux de l'équation générale. De même on a donné, comme but unique de la recherche des directions principales d'une quadrique, la possibilité de faire disparaître les termes rectangles de l'équation de la surface, par un changement de l'orientation des axes rectangulaires. Cette recherche ne doit donner lieu, pour les quadriques représentées par l'équation générale, à aucune question sur les plans principaux, les axes de symétrie, les plans cycliques, les conditions de révolution. Une fois les rectangles disparus par le changement d'orientation des axes, on devra chercher à simplifier l'équation par la translation des axes; la mention expresse, qui en est faite dans le programme, a pour but d'empêcher les développements sur les invariants des formes quadriques en général et, plus particulièrement, de supprimer l'emploi de certains invariants relatifs à des formes spéciales.

L'introduction des éléments à l'infini et des éléments imaginaires dans le programme a eu pour but de préciser les points que les professeurs devront enseigner et d'éviter les développements excessifs qui ont été quelquefois donnés à ces considérations. On n'a pas voulu exclure de l'enseignement un outil commode, dont

l'usage est maintenant devenu familier ; mais il est nécessaire qu'on n'en abuse pas : c'est dans le sens du réel que la Géométrie analytique doit être développée. Ces théories ne devront pas donner lieu à d'autres applications que celles qui sont indiquées dans le texte.

Géométrie descriptive. — Le programme actuel a été peu modifié ; on y a ajouté, à titre de revision, des applications de Géométrie projective empruntées au programme de Mathématiques A ; il importe, en effet, que la Géométrie descriptive ne soit pas réduite au procédé de représentation que l'on doit à Monge ; à l'étranger on la conçoit d'une façon beaucoup plus large. Les applications de l'homographie devront être faites d'après l'enseignement donné dans le cours de Géométrie analytique ; elles ne devront pas donner lieu à des développements nouveaux.

Dans les questions d'intersections de surfaces, on devra s'en tenir aux indications du programme et ne pas introduire, dans des problèmes graphiques, des développements théoriques qui ne se trouveraient pas dans le programme de Géométrie analytique.

Mécanique. — En Mécanique, il ne sera soulevé aucune difficulté sur les principes, comme l'indique le programme. Dans cette partie du cours, les élèves acquerront les notions de cinématique et de dynamique indispensables à l'enseignement de la Physique dont l'importance industrielle grandit chaque jour ; c'est pour cette raison qu'on a introduit les notions de champ de forces, de lignes de forces qui sont d'un usage constant dans la théorie de l'attraction et dans les théories électriques ou magnétiques.

Dans l'étude des mouvements produits par des forces

centrales, on se bornera aux deux lois indiquées au programme : on sera conduit naturellement à démontrer le théorème des aires.

En Statique, on a introduit le frottement pour se rapprocher de la réalité et donner aux débutants le moyen de résoudre des problèmes réels.

Enfin, pour appliquer les règles de la Statique à des exemples pratiques, on a demandé l'équilibre de quelques machines simples qu'il faudrait montrer aux élèves et faire fonctionner devant eux. On a cherché à les pénétrer de cette notion fondamentale qu'on ne peut pas créer de travail, en leur demandant de vérifier, sur chaque machine simple, que si cette machine est en équilibre sans frottement et, si l'on vient à la déplacer infiniment peu, le travail élémentaire de la puissance est égal et de signe contraire à celui de la résistance.

Dans cette partie du programme, comme dans les autres, on devra poser aux élèves des problèmes précis, avec des données numériques de façon à habituer les débutants aux divers systèmes d'unités. On y trouvera de nombreuses occasions de faire des applications du système métrique, de résoudre des problèmes familiers d'équilibre et de mouvement. On devra éviter l'abus de l'appareil analytique, des axes de coordonnées, et exercer les élèves à raisonner directement sur chaque question.

Physique. — L'enseignement devra être aussi expérimental que possible.

La question de la pesanteur et du pendule devra être traitée dans un esprit différent de celui des autres parties du programme. Ce chapitre fondamental de la physique newtonienne sera exposé complètement, aussi complètement qu'il eût été possible de le faire du temps

de Newton, sans y laisser de lacunes, sans user de ces indications générales qui ailleurs remplacent quelquefois les idées précises. Le but est double. D'une part, la théorie de la chute d'un corps se confondant, comme l'on sait, avec les origines de la Mécanique, le professeur fera comprendre les principes de la Mécanique rationnelle en même temps qu'il enseignera les propriétés de la pesanteur. D'autre part, la mesure de g fournira un exemple d'une détermination physique complète, d'une recherche qui aboutit, grâce à l'emploi combiné de l'analyse et du calcul numérique.

Après avoir exposé les lois de la chute des corps, et notamment la première (égalité de l'accélération dans le vide pour tous les corps), le professeur fera remarquer que cette loi est nécessaire à la définition de la masse, que, sans cette loi, les masses, au lieu d'être des grandeurs physiques susceptibles d'addition, ne seraient que des coefficients numériques, de simples quotients. C'est par là également que se fait la soudure entre la Dynamique et la Statique, le poids pouvant se comparer statiquement à d'autres forces.

Il faut remarquer, en effet, que le soin d'expliquer les principes fondamentaux de la Mécanique rationnelle est laissé, dans le programme de mathématiques spéciales, au professeur de physique, car le programme de mécanique spécifie que l'on admettra que la force est géométriquement égale au produit de la masse par l'accélération, et le passage de la définition dynamique de la force à la définition statique n'y est pas explicitement indiqué.

La mesure de g peut se faire non seulement au moyen du pendule à réversion, mais aussi avec divers pendules à un seul couteau, pourvu que leur forme permette le calcul du moment d'inertie. Tels sont les

pendules de Borda composés d'un fil portant une sphère pesante ou bien des pendules formés de masses cylindriques ou sphériques, ou encore un pendule formé d'un cerceau oscillant sur une lame de canif. Ces diverses formes de pendule, simplement construites, donnent cependant g avec une approximation voisine de $\frac{1}{.4000}$. Le professeur devra donc exécuter une détermination en classe, et les élèves en faire d'autres en manipulation. Ils devront en donner le détail, avec calculs numériques, sous forme de rédaction écrite.

En corrigeant les travaux écrits, le professeur rendra grand service aux élèves s'il attire leur attention sur la question de l'approximation obtenue. Actuellement nos élèves ne se doutent pas de ce que c'est qu'une approximation. Ils croient bien faire en calculant, dans un problème, des nombres avec un très grand nombre de chiffres. Ils paraissent ignorer qu'un nombre de huit chiffres implique une précision de $\frac{1}{100000000}$. Ils ne savent pas ce que c'est qu'une erreur relative; ils ne connaissent pas ce théorème que l'erreur relative d'un produit est égale à la somme des erreurs relatives des facteurs. Ils ne se permettraient pas non plus de multiplier par $1 - \epsilon$, au lieu de diviser par $1 + \epsilon$ ou, en général, de remplacer $(1 + \epsilon)^m$ par $1 + m\epsilon$. Le professeur de physique rendra grand service aux élèves en ne négligeant aucune occasion de leur expliquer les méthodes d'approximation sur les exemples qui se présentent dans les interrogations et les manipulations.

Chimie. — Le programme de Chimie a été peu modifié; on y trouvera des notes indiquant dans quel esprit l'enseignement doit être fait.
