

A. MANNHEIM

Expression de la variation de longueur d'une normale

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 3
(1903), p. 481-483

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__481_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1903, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

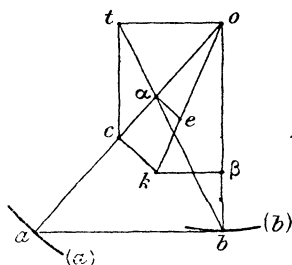
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[01]

**EXPRESSION DE LA VARIATION DE LONGUEUR
D'UNE NORMALE;**

PAR M. A. MANNHEIM.

On donne les courbes (a) , (b) . Du point a on mène la normale ao à (a) et la tangente ab à (b) ; la normale en b à (b) coupe au point o la normale ao . Dé-



terminer l'expression de la variation de longueur de ao pour une variation angulaire infiniment petite de la tangente ab .

Sur la droite oa , construisons le point c de façon que $\frac{1}{oc} = \frac{1}{oa} - \frac{1}{\alpha a}$, le point α étant le centre de courbure de (a) . Pour cela, menons du point o la droite ot parallèlement à ab . Cette droite est coupée au point t par la droite bx : la perpendiculaire tc à ab donne le point c .

La perpendiculaire ck à ao coupe au point k la droite βk élevée à bo du centre de courbure β de (b) : la

droite ok est la normale en o à la courbe décrite par ce point lorsqu'on fait varier la tangente ab ⁽¹⁾.

Cette normale ok est coupée au point e par la perpendiculaire αe à ao .

Une formule connue ⁽²⁾ donne

$$(1) \quad d(ao) = e\alpha \frac{d(\alpha)}{\alpha a}.$$

Appelons $d\varphi$ l'angle de contingence de (b) en b ; on a

$$d(\alpha) = o\alpha \cdot d\varphi.$$

Portons cette valeur dans la relation (1), il vient

$$d(ao) = e\alpha \frac{o\alpha}{\alpha a} d\varphi.$$

Les triangles semblables $o\alpha e$, ock donnent

$$\frac{e\alpha}{kc} = \frac{o\alpha}{oc},$$

d'où

$$e\alpha = \frac{1}{oc} o\alpha \cdot kc.$$

Portant cette valeur dans l'égalité précédente, elle devient

$$d(ao) = \frac{1}{oc} \frac{o\alpha \cdot o\alpha}{\alpha a} kc \cdot d\varphi.$$

Tenant compte de la valeur de $\frac{1}{oc}$ rappelée plus haut il reste

$$(2) \quad d(ao) = kc \cdot d\varphi.$$

Telle est l'expression demandée.

Comme l'on sait, la variation de longueur de ao est positive ou négative selon que α , tournant autour de e ,

⁽¹⁾ *Principes et développements de Géométrie cinématique*, p. 36.

⁽²⁾ *Loc. cit.*, p. 45.

s'éloigne ou se rapproche de a . La même règle s'applique pour l'expression (2), le point c tournant autour de k .

Comme exemple, voici l'énoncé d'un problème que l'expression (2) permet tout de suite de résoudre :

Une corde se déplace de façon que l'arc qu'elle sous-tend sur une courbe donnée soit de longueur constante, construire le centre de courbure de son enveloppe.