

Certificats de calcul différentiel et intégral

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 2
(1902), p. 383-384

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2__383_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1902, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

QUESTION DE COURS. — 1° Définir la fonction analytique

$$u = \text{arc tang } z$$

pour des valeurs réelles ou imaginaires de z ; donner les propriétés les plus importantes de cette fonction.

2° Même question pour la fonction

$$v = Lz,$$

où L désigne un logarithme népérien.

3° Faire voir comment ces deux fonctions u et v se réduisent l'une à l'autre.

PROBLÈME. — 1° Étant donnée la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^2 + 6(\lambda + 1)x + 9\lambda + 8}{\lambda x^4 + 6\lambda x^3 + (1 + 9\lambda)x^2 + 6x + 9},$$

déterminer quatre polynomes entiers en x , M , N , P , Q tels que l'on ait

$$f(x) = \frac{M}{P} + \frac{d}{dx} \left(\frac{N}{Q} \right),$$

le polynome P n'ayant que des racines simples.

2° Déterminer le paramètre λ de telle sorte que l'intégrale $\int f(x) dx$ soit algébrique.

3° Déterminer la valeur de l'intégrale quand λ a une valeur quelconque.

(Lille, novembre 1900.)

SOLUTION.

On trouve, en appliquant la méthode d'Hermite :

$$f(x) = \frac{\lambda + 1}{\lambda x^2 + 1} + \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x + 3} \right).$$

Pour que l'intégration n'introduise pas de transcendante, il faut et il suffit que $\lambda = -1$.

En général,

$$\int f(x) dx = \frac{1}{x + 3} + \frac{(1 + \lambda)}{\sqrt{\lambda}} \arctan x \sqrt{\lambda} + \text{const.}$$