

Concours général de 1902

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 2
(1902), p. 282-283

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2__282_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1902, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1902.

Composition de Mathématiques spéciales.

Soient Γ et Γ_1 les traces d'un ellipsoïde (E) et de son cône asymptote sur le plan Π qui passe par les extrémités A, B, C de trois diamètres conjugués, $\omega A, \omega B, \omega C$, de cet ellipsoïde. On sait que ces traces sont des coniques concentriques et homothétiques.

1° Démontrer que le rapport de similitude de Γ et Γ_1 ne change pas quand on fait varier soit les trois diamètres conjugués $\omega A, \omega B, \omega C$, soit l'ellipsoïde (E) .

2° Cela étant, on donne trois points A, B, C , non en ligne droite, et l'on considère tous les ellipsoïdes (E) ayant A, B, C comme extrémités de trois diamètres conjugués. Montrer que ces ellipsoïdes et leurs cônes asymptotes sont coupés par le plan Π suivant des coniques fixes Γ et Γ_1 . Soient 2α et 2β les axes de Γ .

3° On prend ces axes comme axes de coordonnées, ainsi que la perpendiculaire Oz au plan ABC . Équation de celui des

ellipsoïdes (E) qui a pour centre un point donné, ω , de coordonnées x, y, z .

4° Soient P, Q, R les traces sur le plan ABC des axes de symétrie de l'ellipsoïde (E) de centre ω : le triangle PQR est conjugué à Γ_1 . Déterminer le cercle C_1 conjugué au même triangle.

5° Montrer que les points P, Q, R peuvent dès lors être obtenus par l'intersection d'un cercle C_2 et d'une hyperbole équilatère, H, ayant ses asymptotes parallèles aux axes de symétrie de la conique Γ_1 .

6° Le cercle C_2 coupe l'hyperbole équilatère H en un quatrième point, S, que l'on construira. Déterminer les puissances par rapport au cercle C_2 de l'origine O des coordonnées et de l'orthocentre du triangle PQR. Construire le cercle C_2 .

7° Cas particulier où Γ est un cercle.