

Exercices de préparation à l'agrégation

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 2
(1902), p. 187-188

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2__187_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1902, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

EXERCICES DE PRÉPARATION A L'AGRÉGATION.

FACULTÉ DES SCIENCES DE LILLE.

Mathématiques spéciales.

On donne un hyperboloïde à une nappe H et une droite fixe D qui le rencontre en deux points réels et distincts.

1^o En désignant par A l'une quelconque des génératrices d'un système de H , à l'exclusion de celles de l'autre, par E une droite quelconque de l'espace, par α et β les angles de E avec A et D , et par λ et μ ses plus courtes distances à ces deux droites, on demande de démontrer que, parmi les génératrices A , il y en a, en général, deux, et seulement deux, pour lesquelles on ait la relation

$$\lambda \tan \alpha = \mu \tan \beta,$$

et en outre qu'il existe une infinité de positions ε de la droite E , pour chacune desquelles la relation précédente est vérifiée quelle que soit la génératrice A .

2^o Démontrer que toutes les droites ε rencontrent une même droite D_1 , et qu'il en passe deux par chaque point de D_1 .
Discussion.

3^o Sur chaque droite ε , à partir de son point de rencontre M avec D_1 , on porte une longueur MN égale à la valeur correspondante de $\mu \tan \beta$. Le point N obtenu ainsi engendre une courbe C . On demande la projection de cette courbe C sur un plan perpendiculaire à D_1 , ainsi que la méridienne de la surface S engendrée par la rotation de C autour de D_1 .

4^o Déterminer toutes les droites D pour lesquelles la droite correspondante D_1 a une direction donnée.

1^o On donne une ellipsoïde E et l'on demande de démontrer que, si l'un des axes d'un cône S circonscrit à E est assujéti à rester dans un plan fixe P , le plan des deux autres axes de ce cône tourne autour d'une droite fixe D .

2^o Démontrer que, si le plan P tourne autour d'une droite fixe F située dans l'un des plans principaux de E , la droite D

passer par un point fixe M , et trouver le lieu de ce point quand F enveloppe une conique dans le plan principal considéré.

3° Trouver le lieu des sommets des cônes S tels que l'un de leurs axes rencontre une droite fixe F située dans l'un des plans principaux de E . On discutera la surface obtenue en cherchant si elle admet des sections circulaires et en étudiant son intersection avec un plan quelconque mené par la droite F .

Mathématiques élémentaires.

On donne un triangle ABC et un point O . Par ce point, on mène une sécante variable rencontrant BC et AC en a et b .

1° Lieu du point de rencontre des droites Aa et Bb quand la sécante tourne autour du point O . Ce lieu est une conique Γ .

2° On suppose que le point O se déplace sur une droite Δ . Le lieu des centres des coniques Γ est une conique Γ' . Pour quelles positions de Δ cette conique Γ' se décompose-t-elle? Pour quelles positions est-elle une hyperbole équilatère ou un cercle?

3° On suppose que la droite Δ tourne autour d'un point fixe ω . Établir que les coniques Γ' correspondant à chaque position de Δ passent par un point fixe ω' . Démontrer que la droite $\omega\omega'$ passe par un point fixe, indépendant de ω .