

HAYASHI TSURNICHI

Nouveau procédé de résolution de l'équation du quatrième degré

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 1
(1901), p. 26-28

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1901_4_1__26_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1901, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[A3k]

NOUVEAU PROCÉDÉ DE RÉOLUTION DE L'EQUATION DU QUATRIÈME DEGRÉ;

PAR M. LE PROF. D^r TSURNICHI HAYASHI.

Le procédé suivant, par lequel on peut résoudre une équation du quatrième degré, est semblable à celui dont M. A. Pleskot s'est servi pour une équation du troisième degré [*Nouveau procédé pour résoudre les équations du troisième degré* (*Nouvelles Annales de Math.*, février 1899)].

Soient

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} - \frac{1}{\sqrt{x_1 x_2}}, \\ a &= x_1 - x_2, \\ \frac{1}{b} &= x_1 x_2. \end{aligned}$$

Nous avons alors l'équation

$$(1) \quad P^4 - [2(a - b) + 4b]P^2 - 8P + (a - b)^2 - \frac{4}{b} = 0,$$

qui est du quatrième degré en P. De là, si l'équation (1) est donnée, ses racines sont

$$(2) \quad P = \sqrt{b} - \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{b}} + a\right)}.$$

Soit l'équation donnée du quatrième degré

$$(A) \quad x^4 + px^2 + qx + r = 0.$$

Construisons l'équation du quatrième degré dont les racines sont égales à λ fois celles de l'équation (A)

$$(3) \quad x^4 + p\lambda^2 x^2 + q\lambda^3 x + r\lambda^4 = 0.$$

Comparons (1) et (3); nous obtenons alors

$$(4) \quad \begin{cases} p\lambda^2 = -2(a-b) - 4b, \\ q\lambda^3 = -8, \\ r\lambda^4 = (a-b)^2 - \frac{4}{b}. \end{cases}$$

La seconde de ces équations détermine la valeur de λ

$$\lambda = -\frac{2}{\sqrt[3]{1}}.$$

Les deux autres deviennent alors

$$(5) \quad \begin{cases} \frac{2p}{q^{\frac{2}{3}}} = -(a-b) - 2b, \\ \frac{4br}{q^{\frac{4}{3}}} = (a-b)^2 - \frac{4}{b}, \end{cases}$$

d'où, éliminant $(a-b)$,

$$(B) \quad b(p + bq^{\frac{2}{3}})^2 = 4br - q^{\frac{4}{3}}.$$

Choisissons l'une quelconque des trois valeurs de b que nous pouvons déterminer d'après cette équation du troisième degré, et déterminons a par la première des relations (5). Alors les racines de l'équation (3) sont données par (2). Mais les racines de l'équation donnée (A) sont $\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\text{ième}}$ de celles de l'équation (2).

De là : Les racines de l'équation du quatrième degré

$$x^4 + px^2 + qx + r = 0$$

sont données par

$$-\frac{q^{\frac{1}{3}}}{2} \left\{ \sqrt{b} + \sqrt{\left[\frac{2}{\sqrt{b}} - \left(\frac{2p}{q^{\frac{2}{3}}} + b \right) \right]} \right\},$$

relation où b est déterminé par l'équation du troisième degré

$$(B) \quad b \left(p + b q^{\frac{2}{3}} \right)^2 = 4 b r + q^{\frac{4}{3}}.$$