

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 19 (1900), p. 85-90

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__85_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1900, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

BIBLIOGRAPHIE.

TRAITÉ DE NOMOGRAPHIE. — Théorie des abaques. Applications pratiques; par M. *Maurice d'Ocagne*, ingénieur des Ponts et Chaussées, professeur à l'École des Ponts et Chaussées, répétiteur à l'École Polytechnique. 1 vol. in-8° de 480 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1899.

Dans le *Calcul par le trait* ou en *Statique graphique*, on obtient l'inconnue à l'aide d'une épure qu'il faut recommencer

toutes les fois que les données prennent d'autres valeurs. En Nomographie, la figure qui représente l'équation liant les données à l'inconnue reste, au contraire, la même, quelles que soient les valeurs attribuées aux données ; il suffit de la construire une fois pour toutes, et alors une simple lecture, sur un tableau qu'on nomme *abaque*, donne, sans aucune opération, le résultat cherché.

Le principe de la représentation plane des équations à deux variables remonte évidemment à l'époque de la création de la Géométrie analytique.

Pour les équations à trois variables, le premier essai de représentation plane est attribué à Pouchet (1795). Mais, malgré quelques tentatives faites par d'Obenheim, Piobert, Bellencontre, Allix, l'emploi des abaques est resté, pendant un demi-siècle, fort restreint. En 1843, lorsqu'on commença la construction de nos voies ferrées, la nécessité de méthodes rapides, pour évaluer les terrassements considérables que comportaient de tels travaux, amena nos ingénieurs, et plus particulièrement M. Lalannc, à chercher quel parti on pourrait tirer des méthodes graphiques ; c'est à cette occasion que Lalannc découvrit le *principe de l'anamorphose* que M. Massau, dans son Mémoire sur l'intégration graphique, a porté, en 1884, à son plus haut degré de généralité.

La même année 1884 vit apparaître un mode plus général de représentation graphique des équations, auquel M. d'Ocagne avait été conduit en appliquant aux abaques de Lalannc une certaine transformation dualistique. Deux ans plus tard, M. l'ingénieur des Mines Lallemand fit connaître une forme particulière des abaques anamorphosés de Lalannc, à laquelle il attribua le nom d'*abaque hexagonal*, et qui s'applique à un type général d'équation que l'on rencontre très souvent dans la pratique.

La comparaison des divers travaux relatifs aux abaques donna en 1891, à M. d'Ocagne, l'heureuse idée de les coordonner et de créer une théorie nouvelle à laquelle il donna le nom de *Nomographie*. Nous avons eu à cette époque le plaisir de rendre compte dans les *Nouvelles Annales*⁽¹⁾ de cet Opuscule qui a été couronné en 1892 par l'Académie des Sciences.

(1) 3^e série, t. V, p. 546.

Il y a loin de cette brochure, qui semblait chercher timidement à se faire jour, au beau Volume, cinq fois plus étendu, qui a la prétention, d'ailleurs justifiée, de renfermer la solution du problème pris dans le cas le plus général; c'est, en effet, un véritable corps de doctrine dans sa forme définitive.

Le problème le plus général, englobant *toutes les méthodes possibles de représentation plane des équations à un nombre quelconque de variables* fait l'objet du dernier Chapitre. L'auteur fait observer que c'est par là qu'il eût débuté s'il s'était adressé aux seuls mathématiciens. Mais, soucieux avant tout d'être utile à ceux qui s'occupent de choses techniques, il a préféré procéder du simple au composé, s'étendant davantage sur ce qui offre un intérêt pratique. Ajoutons que l'exposé des principes est accompagné d'exemples nombreux, variés, empruntés aux divers arts techniques (Génie civil ou militaire, Artillerie, Navigation, Géodésie, Finances, etc.). Ces exemples ont été soumis, pour la plupart, à l'épreuve de la pratique; ce sont en quelque sorte des exemples *vécus*.

Il nous reste maintenant à indiquer le but et le contenu de chaque Chapitre.

Le Chapitre I débute par une étude approfondie de la Notion primordiale des *échelles de fonctions* et de leur application aux abaques d'équations à deux variables.

Le Chapitre II concerne la représentation des équations à trois variables au moyen de trois systèmes de lignes cotées, trois lignes se correspondant dans ces systèmes quand elles concourent en un même point.

Sont compris dans cette catégorie des *abaques à entrecroisement* :

D'abord, les *abaques cartésiens*, tels que ceux de Pouchet, les premiers en date, et qui sont constitués par un système de lignes cotées sur quadrillage régulier; puis les *abaques anamorphosés*, dans lesquels la substitution, proposée par Lalanne, d'un quadrillage irrégulier à un quadrillage régulier permet de remplacer par des droites les courbes de l'abaque cartésien, et qui, dans le cas où ces droites sont parallèles, conduisent aux *abaques hexagonaux* de M. Lallemand; enfin, les abaques à trois systèmes de droites quelconques (*Anamorphose générale de M. Massau*), à propos desquels M. d'Ocagne montre l'heureux parti que l'on peut tirer du principe de l'homographie pour améliorer la disposition d'un abaque à droites entrecroisées.

Le Chapitre III est consacré à la méthode imaginée en 1884 par l'auteur et dont nous avons déjà parlé. Le principe de la *dualité*, appliqué à l'aide des *coordonnées* dites *parallèles*, a conduit M. d'Ocagne à un nouveau type auquel il attribue aujourd'hui la dénomination d'*abagues à points alignés* au lieu de celle d'*abague à points isoplèthes* qu'il avait adoptée d'abord. Ces abagues offrent les plus grands avantages au point de vue de la rapidité de construction, de la facilité de lecture, de la précision d'interpolation, etc. Là encore, on peut utiliser l'homographie pour amener chaque abaque particulier à la forme la plus commode. L'abague du n° 84, relatif aux murs de soutènement, offre un exemple frappant de l'heureuse influence de l'homographie.

Chacun des trois systèmes de points cotés entre lesquels se prennent les alignements constitue une *échelle graduée*. Le cas de deux échelles rectilignes parallèles et d'une échelle curviligne offre pour les applications une importance toute particulière; aussi l'auteur l'a-t-il traité avec tous les détails nécessaires et de nombreux exemples à l'appui. Comme il faut se borner, je me contenterai de signaler à l'attention des mathématiciens l'abague relatif à l'équation de Kepler (n° 83).

Enfin, il faut encore compter à l'actif de ce Chapitre le curieux emploi des points alignés pour la représentation des lois empiriques. Parmi les exemples donnés à ce sujet, le plus remarquable est sans contredit celui qui est emprunté à M. Râteau, sur la consommation des machines à vapeur, où la construction même de l'abague fait apparaître une loi physique dont rien ne faisait prévoir la forme *a priori*.

Il y a lieu aussi de citer divers types d'abagues pour plus de trois variables dérivant immédiatement des abagues précédents (abagues à double alignement de M. d'Ocagne; abagues à transversale quelconque de M. le capitaine Gædseels; abagues à parallèles mobiles de M. Beghin).

Au Chapitre IV appartient la représentation simultanée de deux équations à quatre variables, chacune de ces équations renfermant trois de ces variables.

Une première application intéressante est celle qui concerne le calcul du *point à la mer*.

Mais, avant tout, ce Chapitre est une application générale et détaillée des principes précédents au calcul des profils de déblai et de remblai. Toutes les solutions connues de ce problème sont ramenées à un principe unique; aucune solution

particulière, pouvant être donnée, sous forme d'abaque, n'échappe à la solution générale développée par l'auteur et d'où il fait sortir de la façon la plus naturelle tous les procédés spéciaux proposés jusqu'ici, en particularisant d'une certaine façon quatre fonctions arbitraires qui figurent dans cette solution générale. Par l'examen comparatif des diverses solutions de ce problème important, l'auteur a fait ressortir, d'une manière incontestable, les avantages de la solution qui est fondée sur l'emploi des *points alignés* et qui a reçu tous les développements utiles.

Le Chapitre V est destiné à l'extension des modes de représentation précédemment étudiés au cas d'un nombre de variables supérieur à trois. Il n'existe plus alors de représentation applicable à une équation *quelconque*; il n'y a que des méthodes applicables à des types plus ou moins généraux comprenant à peu près toutes les équations que l'on rencontre dans la pratique. Ces modes de représentation reposent sur deux notions fondamentales, celle des *Éléments à plusieurs cotes* et celle des *Systèmes mobiles*. L'auteur examine, avec de nombreux exemples à l'appui, les types d'abaque les plus usuels dérivant de ce double emploi (abaques hexagonaux à échelles binaires de MM. Lallemand et Prévot; points alignés à deux cotes, c'est-à-dire doublement isoplèthes, de M. d'Ocagne; droites à doubles enveloppes de M. Poulain; trajectoires de contact de M. Paladini; règles à plusieurs tiroirs de M. Vaès; échelles tournantes de M. Lallemand; abaques à images logarithmiques de M. Mehmke). Citons enfin parmi les applications des points alignés à deux cotes, les abaques de la Trigonométrie sphérique (nos 123 et 124) et ceux des équations complètes du troisième et du quatrième degré (nos 125 et 126).

Le Chapitre VI et dernier contient, comme nous l'avons déjà dit, la théorie générale dont les résultats s'expriment d'une manière abrégée à l'aide d'une notation spéciale. L'auteur y montre comment les divers types d'abaques à deux, trois, quatre variables précédemment étudiés dérivent de cette théorie générale qui se trouve, au point de vue de la classification des modes de représentation graphique, avoir la même valeur que la théorie cinématique de Reuleaux au point de vue de la classification des mécanismes. Ce rapprochement fort judicieux a été signalé dans le journal anglais *Nature* (numéro du 17 janvier 1899).

L'auteur termine ce Chapitre en indiquant une source de pro-

blèmes dignes d'attirer l'attention des mathématiciens ; il s'agit de déterminer pour chaque type d'abaque les caractères analytiques des équations correspondantes. Plusieurs géomètres ont déjà travaillé dans ce sens, et l'on rapporte ici les solutions données pour divers cas usuels par MM. de Saint-Robert, Massau, Lecornu, Duporcq et Kœnigs. L'exemple sera certainement suivi.

Ce compte rendu, quoique bien incomplet, montre cependant combien cet Ouvrage est touffu et riche en applications. Mais ce qu'il ne saurait mettre en évidence, c'est l'art avec lequel ce Traité est composé, c'est la clarté qui s'y trouve partout répandue comme à flots, c'est enfin la régularité parfaite de la méthode suivie. Sa lecture révèle à la fois l'œuvre d'un professeur habile et d'un savant accompli. EUGÈNE ROUCHÉ.
