

École normale supérieure (concours de 1900)

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 19 (1900), p. 430-431

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__430_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1900, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE (CONCOURS DE 1900).

Mathématiques.

Dans un plan, rapporté à des axes de coordonnées rectangulaires, on donne la cubique dont l'équation est

$$(x^2 + y^2)x = a^3.$$

Montrer que par les quatre points d'intersection (à distance finie) de cette cubique et d'un cercle on peut faire passer une conique. Trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour que cette conique soit bitangente au cercle.

Montrer que les cercles bitangents à la cubique se distribuent en quatre familles distinctes (deux réelles et deux imaginaires) et que les cordes de contact sont, soit parallèles à une asymptote, soit concourantes en un des trois points de la courbe situés sur l'axe des x .

Étudier le lieu des centres et le lieu des milieux des cordes

de contact des cercles qui touchent la cubique en deux points réels.

Montrer que les points de contact avec la cubique de deux cercles bitangents de la même famille sont sur un même cercle.

Par un point arbitraire M_0 de la cubique passent deux cercles bitangents réels qui touchent respectivement la cubique en deux autres points M_1, M_2 ; calculer, en fonction des coordonnées x_0, y_0 du point M_0 , les coordonnées des points (autres que les points de contact) où les tangentes en M_1, M_2 rencontrent la cubique; en conclure que ces tangentes concourent en un point de la courbe. Comment le calcul doit-il être modifié pour les cercles imaginaires bitangents qui passent par le point M_0 ?

N. B. — Il est inutile de reproduire l'énoncé.