

R. BRICARD

Au sujet d'un théorème de M. G. Humbert

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 19
(1900), p. 369-370

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__369_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1900, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[L'17e]

AU SUJET D'UN THÉOREME DE M. G. HUMBERT;

PAR M. R. BRIGARD.

Dans une Note présentée récemment à l'Académie des Sciences ⁽¹⁾, M. G. Humbert a déduit de ses recherches sur les fonctions abéliennes et leur application à l'étude des surfaces du quatrième ordre un théorème de Géométrie élémentaire, en ajoutant qu'il y aurait intérêt à en donner une démonstration directe.

Ce théorème est le suivant :

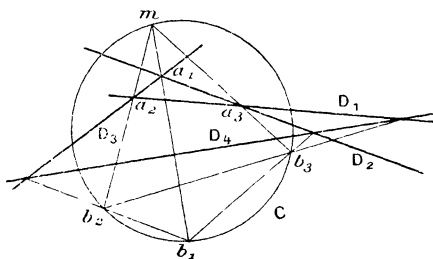
Soient données dans un plan une conique C et quatre droites D_1, D_2, D_3, D_4 . S'il existe une conique C' circonscrite au triangle formé par trois de ces droites, passant par les points communs à la quatrième droite et à C, et enfin tangente à C, il existe trois coniques analogues que l'on obtiendra en permutant les quatre droites de l'énoncé.

(1) *Comptes rendus*, t. CXXIX, p. 640.

En voici une démonstration élémentaire :

Soient : m le point de contact des coniques C et C' ;
 a_1, a_2, a_3 les sommets du triangle formé par les
droites D_1, D_2, D_3 (a_1 est opposé à D_1 , etc.).

Si l'on considère une conique variable tangente à C
en m et contenant les points a_1 et a_2 , les deux autres
points communs à cette conique et à C sont évidemment
en relation homographique et involutive : la corde qui
les joint passe donc par un point fixe. Ce point fixe, on
le voit immédiatement, est situé à l'intersection de la
droite a_2a_3 ou D_1 et de la droite qui joint les points b_2
et b_3 où les droites ma_2 et ma_3 rencontrent de nouveau



la conique C . Par conséquent, les droites a_2a_3 ou D_1 ,
 b_2b_3 et D_4 sont concourantes.

Répetons le même raisonnement en employant les
points a_3 et a_1 . On voit finalement que la condition de
l'énoncé peut être remplacée par la suivante :

*Les six sommets du quadrilatère complet formé par
les quatre droites D_1, D_2, D_3, D_4 sont situés respec-
tivement sur les six côtés d'un quadrangle com-
plet $mb_1b_2b_3$, inscrit à la conique C .*

Sous cette nouvelle forme, la condition imposée à
 D_1, D_2, D_3, D_4 est symétrique par rapport à ces quatre
droites. Cette remarque suffit pour établir le théorème
de M. Humbert.