

ANTOINE PLESKOT

Nouveau procédé pour résoudre les équations du troisième degré

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 18 (1899), p. 65-66

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1899_3_18__65_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1899, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[A3k]

**NOUVEAU PROCÉDÉ POUR RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS
DU TROISIÈME DEGRÉ;**

PAR M. ANTOINE PLESKOT,

Professeur à l'École royale de Plzeň (Bohême).

Nous allons chercher dans l'équation du second degré

$$x^2 + ax + b = 0$$

la relation entre a et b , de sorte qu'une de ses racines soit le carré de l'autre.

Si x est une de ses racines, on aura

$$(\alpha) \quad \begin{cases} x + x^2 = -a, \\ x^3 = b. \end{cases}$$

On tire tout de suite de ces deux équations

$$x = \varepsilon \sqrt[3]{b}, \quad \text{où} \quad \varepsilon = \sqrt[3]{1}$$

et

$$(\beta) \quad \varepsilon \sqrt[3]{b} + \varepsilon^2 \sqrt[3]{b^2} = -a.$$

Mais on peut exprimer la relation entre a et b sous une autre forme, en déterminant la résultante des équations (α) ; on trouvera aisément

$$(\gamma) \quad a^3 - 3ab + b^2 + b = 0.$$

On considère maintenant, dans l'équation (γ) , a comme une inconnue, et alors ses racines sont données par l'équation (β) . On peut se servir de cette remarque pour résoudre l'équation

$$(1) \quad x^3 + px + q = 0,$$

si on lui donne la forme de l'équation (γ) .

A cet effet, formons une équation dont les racines soient λ fois les racines de l'équation (1).

Cette équation est la suivante :

$$(2) \quad x^3 + p\lambda^2 x + q\lambda^3 = 0.$$

Si cette équation doit avoir la forme de l'équation (γ), il en résulte que

$$\begin{aligned} p\lambda^2 &= -3b, \\ q\lambda^3 &= b + b^2. \end{aligned}$$

En éliminant b entre ces équations, on obtient la valeur de λ . L'équation résultante est

$$\lambda^2 - 2\frac{\lambda q}{p^2} - \frac{3}{p} = 0;$$

il en résulte

$$(3) \quad \lambda = \frac{9q}{2p^2} \pm \sqrt{\frac{81q^2}{4p^4} + \frac{3}{p}},$$

relation où l'on peut choisir soit le signe $+$ soit le signe $-$. Mais puisque

$$b = -\frac{p\lambda^2}{3},$$

les racines de l'équation (2), d'après (3), sont

$$x = -\varepsilon \sqrt[3]{-\frac{p\lambda^2}{3}} - \varepsilon^2 \sqrt[3]{\frac{p^2\lambda^3}{9}};$$

d'autre part, les racines de l'équation (1) sont λ fois plus petites; donc elles sont données par la formule

$$x = -\varepsilon \sqrt[3]{-\frac{p}{3\lambda}} - \varepsilon^2 \sqrt[3]{\frac{p^2\lambda}{9}}.$$

Si l'on substitue à λ la valeur fournie par l'équation (3), les racines vont prendre la forme connue

$$x = \varepsilon \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \varepsilon^2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$