

Certificats d'études supérieures des facultés des sciences. Session de juillet 1898. Compositions

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 18
(1899), p. 42-48

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1899_3_18__42_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1899, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**CERTIFICATS D'ÉTUDES SUPÉRIEURES
DES FACULTÉS DES SCIENCES.**

SESSION DE JUILLET 1898. — COMPOSITIONS.

Besançon.

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Définition de la fonction Γ .*
Démontrer que $\Gamma(x)\Gamma(1-x) = \frac{\pi}{\sin x\pi}$.

PROBLÈME. — *Étant donnés trois axes rectangulaires et un hélicoïde représenté par l'équation*

$$z = K \operatorname{arc} \operatorname{tang} \frac{y}{x},$$

où K est une constante donnée, calculer l'aire de la portion de cette surface qui se projette sur le plan des xy suivant un secteur circulaire ayant son centre au point O , ayant pour rayon a et pour angle au centre α .

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer avec cinq décimales l'intégrale*

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-K^2x^2)}}, \quad K = 0,43528.$$

MÉCANIQUE RATIONNELLE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Une barre homogène pesante est abandonnée à elle-même et assujettie à passer par un point fixe O sur lequel elle glisse sans frottement. Déterminer son mouvement.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Tracé d'une came soulevant un marteau.*

ASTRONOMIE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Forme de la Terre. Équation déterminant les axes a et b . Formule des parallaxes en λ et $\odot$.*

SESSION DE NOVEMBRE 1898. — COMPOSITIONS.

Besançon.

MÉCANIQUE RATIONNELLE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Un mobile pesant glisse sur une circonférence dont le plan est vertical et éprouve une résistance proportionnelle à la pression qu'il exerce sur la courbe. Déterminer son mouvement.*

A quelle hauteur s'élève-t-il en partant d'un point sans vitesse initiale?

ASTRONOMIE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Exposer la théorie de la réfraction suivant la méthode de Laplace.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Mesure du temps.*

Dijon.**CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.**

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Définition et conditions d'existence de l'expression*

$$\int [U_x(x, y)dx + U_y(x, y)dy],$$

où $U_x(x, y)$, $U_y(x, y)$ sont des fonctions données des variables indépendantes x, y .

II. *Trouver, en coordonnées rectilignes rectangulaires, l'équation générale des surfaces caractérisées par la propriété que, pour chacune d'elles, le plan tangent en un point quelconque m et le plan perpendiculaire en m au rayon vecteur allant de l'origine à ce point coupent tous deux l'axe des x en un même point. Disposer des éléments d'indétermination implicites dans cette équation, de manière que la surface représentée par elle contienne entièrement la droite*

$$x = 0, \quad z = ay + b.$$

ASTRONOMIE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Précession, nutation, petits déplacements de l'équateur et de l'écliptique.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer l'ascension droite et la déclinaison d'un astre, connaissant sa longitude et sa latitude $L = 247^{\circ}40'50''8$, $\lambda = 1^{\circ}43'22''$; l'obliquité de l'écliptique est $23^{\circ}27'8''98$.*

Montpellier.**CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.**

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Déterminer l'intégrale générale de l'équation différentielle*

$$(x + \alpha)(x^2 - \alpha^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x(x + \alpha) \frac{dy}{dx} + 6\alpha y = 2(\alpha - x)^3,$$

sachant qu'elle peut être vérifiée par des polynomes en x .

II. *Calculer la valeur de l'intégrale triple*

$$\iiint \left[(x + y + z)^2 - \frac{9}{5} \alpha^2 \right] dx dy dz,$$

lorsque x, y, z prennent toutes les valeurs vérifiant les deux inégalités

$$x^2 + y^2 - 2\alpha z < 0,$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3\alpha^2 < 0.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Les axes de coordonnées étant rectangulaires, on considère la courbe*

$$y = (\sin x - \cos x) \sqrt{2},$$

x variant de $\frac{\pi}{4}$ à $\frac{5\pi}{4}$. On demande de calculer :

1° *L'aire comprise entre cette courbe et l'axe des x ;*

2° *Le volume engendré par cette aire en tournant autour de l'axe des x ;*

3° *La surface qui limite ce volume.*

Paris.**CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.**

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Intégrer le système d'équations différentielles*

$$\frac{dx}{dt} + x - y = e^t,$$

$$\frac{dy}{dt} + x - z = \cos t,$$

$$\frac{dz}{dt} + x = 0;$$

on mettra l'intégrale générale sous forme réelle.

II. *Déterminer les surfaces dont le plan tangent fait un angle constant avec un plan fixe. Trouver les lignes de courbure de ces surfaces.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer l'intégrale double*

$$\iint x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{4}{3}} (1 - x - y)^{\frac{2}{3}} dx dy,$$

étendue à l'aire du triangle formé par les droites

$$x = 0, \quad y = 0, \quad x + y - 1 = 0.$$

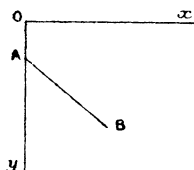
MÉCANIQUE RATIONNELLE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Dans un plan vertical fixe xOy , se meut sans frottement une barre homogène pesante AB , d'épaisseur infiniment petite, dont l'extrémité A glisse sans frottement sur l'axe fixe Oy dirigé suivant la verticale descendante.*

Trouver le mouvement de cette barre en supposant, à l'instant $t = 0$, que le point A soit animé d'une

(47)

vitesse donnée v_0 suivant Oy et que la barre soit animée dans le plan xOy d'une vitesse angulaire donnée ω_0 autour du point A.



Calculer la réaction de l'axe Oy sur la barre au point A, à un instant quelconque.

Examiner le cas particulier où $\omega_0 = 0$.

ÉPREUVE PRATIQUE. — On considère un ellipsoïde de révolution homogène de densité δ dont la surface a pour équation

$$x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1,$$

et l'on détache de cet ellipsoïde la tranche comprise entre les plans $z = 0$ et $z = h$ (coordonnées rectangulaires).

1° Déterminer la masse et le centre de gravité de cette tranche.

2° Calculer le moment d'inertie de cette tranche par rapport à l'axe Oz.

MÉCANIQUE PHYSIQUE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. Principes généraux des mécanismes. Couples cinématiques. Chânes cinématiques. Couples d'emboîtement. Exemples.

II. Trouver le déplacement fini d'un trièdre trirectangle Oxyz dans lequel le système des rotations instantanées a pour coordonnées par rapport à ce

trièdre

$$p = 0, \quad q = 0, \quad r = \omega = \text{const.},$$

$$\xi = a \cos mt + a' \sin mt,$$

$$\eta = b \cos mt + b' \sin mt,$$

$$\zeta = c \cos mt + c' \sin mt,$$

où a, b, c, a', b', c' et m sont des constantes.

ASTRONOMIE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Établir les formules générales de la parallaxe; appliquer ces formules au cas d'une étoile. Énoncer les lois de la parallaxe annuelle d'une étoile et décrire les procédés à l'aide desquels on peut déterminer cette parallaxe?*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Une planète décrit une orbite elliptique d'excentricité e . Calculer les valeurs de l'anomalie vraie qui correspondent au maximum de l'équation du centre et la valeur de ce maximum.*

On prendra $e = 0,0168$ et l'on emploiera pour le calcul des logarithmes à cinq décimales.