

Concours d'admission à l'École normale supérieure en 1899

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 18
(1899), p. 332-334

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1899_3_18__332_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1899, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
EN 1899.**

Mathématiques.

On donne trois axes rectangulaires $Oxyz$ et l'on considère les surfaces S ayant pour équation générale

$$(S) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{x^2}{a + \lambda a'} + \frac{y^2}{b + \lambda b'} + \frac{z^2}{c + \lambda c'} \\ & = \frac{m^2}{a + \lambda a'} + \frac{n^2}{b + \lambda b'} + \frac{p^2}{c + \lambda c'}; \end{aligned} \right.$$

$a, b, c, a', b', c', m, n, p$ sont des constantes données et γ un paramètre variable.

I. 1° Soit P le plan polaire d'un point A(x_0, y_0, z_0) par rapport à une surface S. Lorsque λ varie, A restant fixe, le plan P passe par un point fixe B et enveloppe un cône du second degré C. Ce cône peut-il se décomposer? Soit C' le cône parallèle à C et de sommet O. Que peut-on dire de commun aux cônes C' qui correspondent aux divers points A de l'espace?

2° On suppose que le point A décrive un plan Π ; le point B décrit une surface qui est, en général, du troisième degré; ce degré peut-il s'abaisser pour des positions particulières du plan Π ?

On suppose que le point A décrive une quadrique Q; le point B décrit une surface, en général du sixième degré; dans quel cas cette surface est-elle une quadrique Q'? Lorsqu'il en est ainsi, si Q est un cône, il en est de même de Q', et réciproquement.

3° On s'astreint à ne considérer que des quadriques Q, Q' ne se décomposant pas, et dont la seconde est décrite par le point B quand le point A décrit la première; soient ω le centre de Q, ω' le centre de Q'. Lorsqu'on donne ω , le point ω' peut-il occuper une position quelconque dans l'espace, ou est-il assujéti à rester sur une courbe, ou sur une surface?

II. 1° On pose $a = x^2, b = \beta^2, c = \gamma^2, a' = 1, b' = 1, c' = 0, m = 0, n = 0, p = \gamma$, en sorte que l'équation des surfaces S devient

$$(\Sigma) \quad \frac{x^2}{\alpha^2 + \lambda} + \frac{y^2}{\beta^2 + \lambda} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1;$$

les résultats des paragraphes précédents sont-ils modifiés?

2° Montrer que par un point A passent deux surfaces Σ réelles, et déterminer leur nature suivant la position de A.

3° Étant donné un plan M, il existe une seule surface Σ tangente au plan M; soit I le point de contact: par le point I passent deux surfaces Σ , dont l'une est tangente au plan M, et la seconde à un autre plan N. Ce plan est ainsi déterminé lorsqu'on donne le plan M.

On suppose que le plan M soit assujéti à passer par un point fixe P; le plan N dépend alors de deux paramètres. Lieu

du pôle du plan N par rapport à la sphère dont l'équation est $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$. (On ne demande pas de discuter ce lieu, mais d'indiquer tout au moins d'une manière précise les opérations à faire pour avoir son équation.) Quelle position doit occuper le point P pour que ce lieu se réduise à un plan?

N. B. — Il est inutile de reproduire cet énoncé sur les copies.
