

G. GALLUCCI

Sur une propriété focale des coniques

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 17
(1898), p. 74-75

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__74_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1898, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[L^{17d}]

SUR UNE PROPRIÉTÉ FOCAL DES CONIQUES;

PAR M. G. GALLUCCI.

1. Deux tangentes quelconques d'une conique et les perpendiculaires abaissées des foyers sur ces tangentes touchent une autre conique.

Soient AB, AC les deux tangentes, F, F' les deux foyers, R, Q, R', Q' leurs projections sur AB, AC et M la projection de A sur l'axe focal FF' (¹). Les points A, M, R, Q sont sur le cercle décrit sur AF comme diamètre et les points A, M, R', Q' sur le cercle décrit sur AF' comme diamètre; mais R, Q, R', Q' sont sur la podaire des foyers; donc les trois droites RQ, R'Q', AM concourent en un point A₁ qui est le centre radical des trois cercles précédents. La droite AM est donc la polaire du point A' $\equiv$ RQ'.R'Q par rapport à la podaire des foyers et, par conséquent, ce point doit se trouver sur le diamètre perpendiculaire à AM, c'est-à-dire sur FF'. Il résulte de tout cela que l'hexagone des droites AB, RF, QF, AC, F'Q', F'R' est un hexagone de Brianchon.

2. Dans un triangle ABC, soient F, F' deux points inverses, P, Q, R, P', Q', R' leurs projections sur BC, CA, AB; posons : A' $\equiv$ RQ'.R'Q, B' $\equiv$ RP'.R'P,

(¹) Le lecteur est prié de faire la figure.

$C' \equiv PQ'.P'Q$, $A_1 \equiv RQ.R'Q'$, $B_1 \equiv RP.R'P'$,
 $C_1 \equiv PQ.P'Q'$. On a les propriétés suivantes :

- 1° Les points A' , B' , C' sont sur FF' ;
- 2° Les droites AA_1 , BB_1 , CC_1 sont perpendiculaires à FF' ;
- 3° La droite AA' passe par B_1 et C_1 ; de même BB' passe par C_1 et A_1 et CC' passe par A_1 et B_1 ;
- 4° Le triangle $A_1B_1C_1$ est conjugué par rapport au cercle des points P , Q , R , P' , Q' , R' ;
- 5° Le triangle ABC et celui des droites $A'A_1$, $B'B_1$, $C'C_1$ sont réciproques par rapport au même cercle;
- 6° Les droites $P'A_1$, $Q'B_1$, $R'C_1$ concourent sur le même cercle, ainsi que les droites PA' , QB' , RC' .

Les propriétés 1° et 2° sont établies par le raisonnement précédent; les autres s'en déduisent très facilement. Toutes ces propriétés ont été données par H. Schröter dans le cas particulier où P , Q , R sont les milieux des côtés et P' , Q' , R' les pieds des hauteurs.

Voir : SCHRÖTER, *Steiner's Vorlesung über Geometrie*, 2° Partie, p. 84; FRANKE, *Ueber gewisse Linien im Dreiecke* (*Journal de Crelle*, vol. 99, p. 161); SCHRÖTER, *Bemerkung zu dem Aufsätze von Herrn Franke* (*Journal de Crelle*, vol. 99, p. 233).