

M. D'OCAGNE

Construction de la perspective conique d'une sphère

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 17
(1898), p. 44-46

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__44_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1898, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[K23a]

CONSTRUCTION DE LA PERSPECTIVE CONIQUE D'UNE SPHÈRE;

PAR M. M. D'OCAGNE.

Soient ω le centre de cette sphère mis en perspective, ab son diamètre parallèle à la ligne d'horizon.

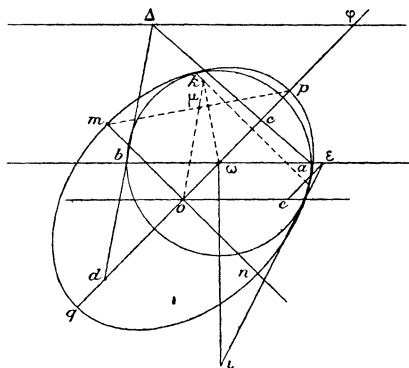
Si φ et Δ sont les points principaux de fuite et de distance, le diamètre perpendiculaire au tableau a sa perspective dirigée suivant $\omega\varphi$, ses extrémités c et d se trouvant à la rencontre de cette droite avec Δa et Δb .

Le grand cercle horizontal de la sphère a donc pour perspective l'ellipse passant par a , b , c , d et ayant en c et d des tangentes parallèles à ab . Il en résulte que cd est un diamètre de cette ellipse, dont le centre o est, par suite, le milieu de cd .

Le diamètre conjugué de oc , dirigé suivant la parallèle menée par o à ab , s'obtiendra en menant à cette ellipse une tangente parallèle à pq . Pour cela, opérons un relèvement de front autour de ab . Le cercle horizontal de la sphère se relève suivant le cercle de diamètre ab , et le point à l'infini sur pq se relève au point i situé sur la perpendiculaire élevée à ab en ω et à une distance ωi de ce point égale à $\varphi\Delta$. Donc les tangentes à l'ellipse $abcd$ parallèles à pq se relèvent suivant les tangentes menées de i au cercle ab . Traçons l'une de ces tangentes $i\varepsilon$. Quand on revient à la position primitive, le point ε situé sur la charnière ne bouge pas, et la tangente devenant parallèle à pq donne le demi-diamètre oe conjugué de oc , tel que $oe = \omega\varepsilon$.

L'ellipse de contour apparent de la sphère est l'en-

veloppe des perspectives de ses cercles de front, c'est-à-dire des cercles ayant pour diamètres les cordes de



l'ellipse $abcd$, parallèles à ab . Il en résulte d'abord que ce contour apparent a un axe dirigé suivant cd . En outre, lorsque la corde variable vient se confondre avec la tangente en c ou en d , le diamètre du cercle correspondant étant nul, il s'ensuit que les points c et d sont les foyers de l'ellipse de contour apparent.

Le petit axe de cette ellipse, dirigé suivant la perpendiculaire élevée en o à cd est nécessairement égal au maximum de la corde variable, c'est-à-dire au diamètre conjugué de oc . Nous venons de voir que ce diamètre est égal au double de $\omega\varepsilon$. Il nous suffit donc de prendre sur la direction du petit axe $om = on = \omega\varepsilon$. Ayant les sommets m et n du petit axe et les foyers c et d , nous obtenons les sommets p et q du grand axe, en prenant sur cet axe $op = oq = mc$.

En résumé, la construction de l'ellipse de contour apparent de la sphère ayant ab pour diamètre horizontal de front est la suivante :

Joindre le milieu ω de ab (perspective du centre)

au point de fuite principal φ , puis les points a et b au point de distance principal Δ , ce qui donne sur $\omega\varphi$ les points c et d .

Prendre sur la perpendiculaire élevée en ω à ab le segment ωi égal à $\varphi\Delta$ et mener du point i au cercle de diamètre ab une tangente qui coupe ab au point ε .

Sur la perpendiculaire élevée à cd en son milieu o , porter $om = on = \omega\varepsilon$, puis sur cd , $op = oq = mc$.

L'ellipse de contour apparent cherchée est celle qui a pour axes mn et pq .

Remarquons que le cercle de diamètre ab étant la perspective d'un cercle de front de la sphère est bitangent à cette ellipse. D'après la construction de la normale à l'ellipse donné dans notre *Cours* ⁽¹⁾, la corde de contact passe par le point k où la perpendiculaire abaissée de ω sur mp rencontre la droite qui joint le point o au milieu μ de mp .