

S. MANGEOT

Sur l'application de deux covariants à la construction de quelques espèces de courbes

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 16 (1897), p. 76-78

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__76_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[M'613]

**SUR L'APPLICATION DE DEUX COVARIANTS
A LA CONSTRUCTION DE QUELQUES ESPÈCES DE COURBES;**

PAR M. S. MANGEOT,
Docteur es sciences

Je considère une courbe plane F_2 représentée par
l'équation entière

$$f(x, y) = 0.$$

relativement à deux axes de coordonnées rectangulaires

(¹) Traduit par M. Padé. Paris, Gauthier-Villars et fils.

quelconques Ox, Oy , et soient Φ, Ψ les deux lignes que définissent respectivement, par rapport à ces axes, les équations

$$\begin{aligned}\varphi(x, y) &= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0, \\ \psi(x, y) &= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0,\end{aligned}$$

dont les premiers membres sont des covariants de f pour toute substitution orthogonale.

Si l'on calcule les formes particulières que prennent ces deux covariants lorsqu'on substitue à f le premier membre de l'équation qui représente l'une des courbes suivantes : cissoïde, strophoïde droite, lemniscate, conchoïde de cercle, par rapport aux axes liés à la courbe auxquels on la rapporte habituellement, l'examen de ces formes conduit aux résultats que voici, quand la courbe F est du troisième ou du quatrième ordre.

Pour que la courbe F soit une cissoïde, il faut et il suffit que Ψ soit une hyperbole, et que, en rapportant la courbe aux deux axes de cette conique, son équation prenne la forme

$$y'^2(x' - a) - (x' + a)^3 = 0.$$

Pour que la courbe F soit une strophoïde droite, il faut et il suffit que Ψ soit une hyperbole, que Φ soit une droite déterminée perpendiculaire à son axe transverse D , et que, en rapportant la courbe aux deux droites D et Φ , son équation ait la forme

$$x'(x'^2 + y'^2) + a(x'^2 - y'^2) = 0.$$

Pour que F soit une lemniscate ou une conchoïde de cercle, il est nécessaire et suffisant que Φ soit un cercle et que, en désignant par x_0, y_0 les coordonnées du centre de cercle, la fonction $f(x + x_0, y + y_0)$ ait la

forme

$$(x^2 + y^2)^2 + A(x^2 - y^2) + Bxy,$$

ou celle-ci

$$(x^2 + y^2 - a^2)^2 - b^2[x^2 + y^2 + 2a(x \cos \alpha + y \sin \alpha) + a^2].$$

Dans les quatre cas, on connaîtra la position de la courbe par rapport aux axes Ox , Oy , et sa grandeur. Lorsque l'équation $f(x, y) = 0$ représente une cissoïde (ou une strophoïde droite), la distance du point double à l'asymptote a pour expression

$$2 \cdot 3^{-\frac{1}{4}} \frac{\Delta^{\frac{1}{2}}}{\delta^{\frac{1}{4}}} \left(\text{ou } \frac{1}{2} 3^{\frac{3}{4}} \frac{\Delta^{\frac{1}{2}}}{\delta^{\frac{1}{4}}} \right),$$

en appelant Δ le discriminant de la fonction du second degré $\psi(x, y)$ et δ celui des termes du second degré de cette fonction.

Si $f(x, y) = 0$ est l'équation d'une lemniscate, le carré de la distance de son centre à l'un de ses som-

mets a pour valeur $2\sqrt{\frac{u}{\varphi} - f}$, u désignant la fonction

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2, \text{ qui est ici divisible par } \varphi.$$