

PAUL STÄCKEL

Le théorème d'addition de la fonction $\wp(u)$

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 16
(1897), p. 75-76

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__75_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[F4a]

LE THÉORÈME D'ADDITION DE LA FONCTION $p(u)$ ⁽¹⁾;

PAR M. PAUL STÄCKEL,

Professeur à l'Université de Königsberg.

Traduit de l'allemand, avec l'autorisation de l'auteur,
par M. L. LAUGEL.

Lorsque les grandeurs u_1, u_2, u_3 vérifient la condition

$$(1) \quad u_1 + u_2 + u_3 = 0,$$

le quotient

$$(2) \quad \frac{\sigma(u + u_1)\sigma(u + u_2)\sigma(u + u_3)}{\sigma^3(u)} = f(u)$$

représente une fonction elliptique du troisième ordre, qui ne devient infinie qu'en les points qui sont congrus à zéro. Par conséquent, si l'on développe $f(u)$ suivant les puissances de u , le coefficient de u^{-1} doit s'évanouir identiquement, et l'on a, par suite,

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} 0 &= \sigma u_1 \sigma u_2 \sigma'' u_3 + \sigma u_2 \sigma u_3 \sigma'' u_1 + \sigma u_3 \sigma u_1 \sigma'' u_2 \\ &+ 2 \sigma u_1 \sigma' u_2 \sigma' u_3 + 2 \sigma u_2 \sigma' u_3 \sigma' u_1 + 2 \sigma u_3 \sigma' u_1 \sigma' u_2, \end{aligned} \right.$$

⁽¹⁾ *Mathematische Annalen*, t. XLVII, 4^e Cahier, p. 604; 1896.

ou, après une transformation facile à pratiquer,

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} 0 &= \frac{\sigma'' u_1}{\sigma u_1} - \left(\frac{\sigma' u_1}{\sigma u_1} \right)^2 + \frac{\sigma'' u_2}{\sigma u_2} - \left(\frac{\sigma' u_2}{\sigma u_2} \right)^2 \\ &+ \frac{\sigma'' u_3}{\sigma u_3} - \left(\frac{\sigma' u_3}{\sigma u_3} \right)^2 + \left(\frac{\sigma' u_1}{\sigma u_1} + \frac{\sigma' u_2}{\sigma u_2} + \frac{\sigma' u_3}{\sigma u_3} \right)^2. \end{aligned} \right.$$

Or, nous avons les équations [H. A. SCHWARZ, *Formeln und Lehrsätze...* (1), Article 9(1), Article 11 (4)] :

$$(5) \quad \frac{\sigma'' u}{\sigma u} - \left(\frac{\sigma' u}{\sigma u} \right)^2 = -p(u),$$

$$(6) \quad \frac{\sigma' u_1}{\sigma u_1} + \frac{\sigma' u_2}{\sigma u_2} + \frac{\sigma' u_3}{\sigma u_3} = -\frac{1}{2} \frac{p' u_1 - p' u_2}{p u_1 - p u_2}, \quad (u_1 + u_2 + u_3 = 0);$$

par suite, la relation (4) est équivalente à celle-ci :

$$(7) \quad p u_1 + p u_2 + p u_3 = \frac{1}{4} \left(\frac{p' u_1 - p' u_2}{p u_1 - p u_2} \right)^2,$$

qui précisément exprime *le théorème d'addition de la fonction p(u) sous sa forme classique.*