

ANDRÉ VICAIRE

Démonstration géométrique d'une propriété de la cycloïde

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 16 (1897), p. 430-431

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__430_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[02e]

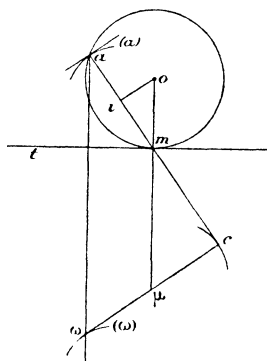
DÉMONSTRATION GÉOMÉTRIQUE D'UNE PROPRIÉTÉ DE LA CYCLOÏDE ;

PAR M. ANDRÉ VICAIRE.

La courbe telle que la distance de chacun de ses points au centre de courbure correspondant de la développée soit constante est une cycloïde.

Cette propriété se trouve démontrée par l'Analyse dans les *Exercices de Calcul différentiel et intégral* de Tisserand (p. 252). On peut y arriver géométriquement de la façon suivante :

Soient c le centre de courbure de la courbe (a) , ω celui de la développée (ω) . Considérons le déplacement



ment de la droite de grandeur invariable $a\omega$. Le centre instantané est le point d'intersection des normales à (a) en a , à (ω) en ω . Il est donc à l'infini et $a\omega$ se déplace parallèlement à elle-même.

D'autre part, on sait, d'après un théorème de

M. Mannheim, que la normale en m , milieu de ac , au lieu décrit par ce point, s'obtient en joignant m à μ milieu de ωc . Le lieu de m a donc sa tangente parallèle à une direction fixe; c'est une droite mt perpendiculaire à $a\omega$.

Construisons un cercle tangent en m à mt et passant par a . Abaissons de son centre O la perpendiculaire Oi sur am . Les triangles Oim , $ac\omega$ sont semblables; et comme im est le quart de ac , Om rayon du cercle est donc le quart de la longueur constante $a\omega$.

Supposons que ce cercle de rayon constant se déplace en restant tangent à mt , de façon que a , point fixe de sa circonférence, décrive la courbe (a) , ce qui est possible d'après ce qu'on vient de dire. Le centre instantané se trouve sur la normale au cercle, en m , point où ce cercle touche son enveloppe, et sur la normale am à la trajectoire de a . C'est donc m .

Le cercle étant le lieu des centres de rotation, dans la figure mobile, roule sans glisser, sur la droite mt , lieu des centres de rotation dans le plan fixe.

a décrit donc une cycloïde.