

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 16
(1897), p. 387-388

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__387_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

1775. On donne un point O et une droite D fixes. Une figure de grandeur invariable formée d'un point ω et d'une droite Δ se déplace de façon que ω reste sur D et que Δ , s'appuyant toujours sur cette droite, passe toujours par O. On demande le lieu d'un point arbitraire du plan de la figure mobile. Examiner les différentes formes de ce lieu, lorsqu'on fait varier les données.

(MANNHEIM.)

1776. Soit $f(x, y) = ax^2 + 2bxy + cy^2$ une forme positive et $\varphi(h) = \sum' \frac{1}{f(x, y)}$, la somme étant étendue à tous les systèmes de valeurs entières des indéterminées x et y , tels que

$$f(x, y) \text{ soit } < h.$$

On excepte, bien entendu, le système particulier $x = y = 0$, ce que nous indiquons en affectant le signe $\sum$ d'un accent. Démontrer que la différence

$$\varphi(h) - \frac{\pi}{\sqrt{ac - b^2}} \log h$$

tend vers une limite déterminée quand h augmente indéfiniment.

(J. FRANEL.)

1777. Soit, plus généralement,

$$f(x_1, x_2, \dots, x_p) = \sum a_{rs} x_r x_s \left(\begin{matrix} r = 1, 2, \dots, p \\ s = 1, 2, \dots, p \end{matrix} \right)$$

une forme positive des p variables $x_1, \dots, x_p$, $D = |(a_{rs})|$ son déterminant et

$$\varphi(h) = \sum' \frac{1}{[f(x_1, x_2, \dots, x_p)]^{\frac{p}{2}}},$$

la somme étant étendue à tous les systèmes de valeurs entières

des variables (à l'exception du système $x_1 = x_2 = \dots = x_p = 0$) satisfaisant à l'inégalité

$$f(x_1, x_2, \dots, x_p) < h.$$

Démontrer que la différence

$$\varphi(h) - \frac{\frac{p}{\pi^2}}{\sqrt{D} \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \log h$$

tend vers une limite déterminée quand h augmente *indéfiniment*.
(J. FRANEL.)

1778. Une conique rencontre les côtés BC, CA, AB d'un triangle en D, D', E, E', F, F'. Les tangentes en D, D' rencontrent AB, AC en K, K'. L est le conjugué harmonique de B par rapport aux F, F'. M est le conjugué harmonique de C par E, E'.

Démontrer que D'L, DM, KK', concourent en un même point.
(W.-J. GREENSTREET.)

1779. La ligne OMN rencontre les lignes AB, AC en M et N, de telle sorte qu'on a

$$OM^2 \cdot AN \cdot AC = ON^2 \cdot AM \cdot MB.$$

Déterminer O.
(W.-J. GREENSTREET.)

1780. On projette orthogonalement un parallélogramme décrivant un carré. Trouver la diagonale du carré en fonction des côtés du parallélogramme et de l'angle compris.

(W.-J. GREENSTREET.)

1781. Soient donnés trois nombres positifs x, y, z tels que

$$x + y + z = 1.$$

On a les inégalités

$$(1) \quad yz + xz + xy < \frac{11}{48},$$

$$(2) \quad x^2 + y^2 + z^2 > 13xyz,$$

$$(3) \quad (x^2 + y^2 + z^2) - (yz + xz + xy) > \frac{1}{16}.$$

(JORGE-F. D'AVILLEZ.)