

GINO LORIA

## **Identité de la strophoïde avec la focale à nœud. Son application à l'optique géométrique**

*Nouvelles annales de mathématiques 3<sup>e</sup> série*, tome 16 (1897), p. 262-265

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1897\\_3\\_16\\_\\_262\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__262_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

comme suit <sup>(1)</sup> : Soient I le point obtenu en prolongeant la normale OC vers l'extérieur de la courbe de la quantité  $OI = \frac{2}{2}$ , et S le symétrique du centre de seconde courbure  $C_1$  par rapport à I. La perpendiculaire élevée en S à  $C_1S$  passe par le centre de troisième courbure  $C_2$ .

Lorsque cette condition est vérifiée, il existe donc au point O une parabole ayant avec la courbe un contact du quatrième ordre, c'est-à-dire une *parabole surosculatrice*.

---

[M<sup>1</sup>5cα]

# IDENTITÉ DE LA STROPHOÏDE AVEC LA FOCALE A NŒUD. SON APPLICATION A L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE;

PAR M. GINO LORIA,

Professeur à la Faculté des Sciences de Gênes (Italie).

(Extrait d'une lettre adressée à M. Laisant.)

---

.... Vous vous rappelez sans doute l'histoire de la strophoïde. Découverte par Torricelli, qui la considérait comme le lieu des foyers des sections planes produites dans un cône droit par les plans qui passent par une tangente perpendiculaire à une des génératrices du cône, elle a été étudiée à ce point de vue par Guido Grandi, dans un Traité inédit, et après par Grégoire Cazalis, dans deux remarquables Mémoires. Indépendamment de ces géomètres, elle a été définie de la même manière, en 1819, par Quetelet et étudiée ensuite par Dandelin et Chasles. D'autre part, elle a été définie et traitée (particulièrement la strophoïde droite) dans le plan par un grand nombre de géomètres, qui l'engen-

---

(<sup>1</sup>) Le lecteur est prié de faire la figure.

draient au moyen d'un angle donné par le procédé bien connu que je rappellerai plus bas : on n'a peut-être pas remarqué que le premier entre ces géomètres est A. de Moivre, dont on a une Note : *A ready description and quadrature of a curve of the third order, resembling that commonly called the Foliate*, dans les *Phil. Transactions* de l'année 1715.

Or, pour établir un lien entre les recherches sur la strophoïde définie *in solido* et celle dont le point de départ est la définition *in plano*, on peut employer un raisonnement très simple et tout à fait élémentaire dont Quetelet et Dandelin ont fait usage (*voir* notamment *Mathesis*, t. VI, p. 222).

Permettez-moi de profiter de cette occasion pour fixer un instant votre attention sur un problème d'Optique géométrique qui est résolu par la strophoïde. C'est une question résolue par M. E. Sang (*voir* la Note *On the curves produced by reflection from a polisphed revolving straight wire*, qui se trouve dans les *Trans. of the R. Society of Edinburgh*, Vol. XXVIII, Part I, p. 273-276; 1877) qui l'a traitée par la Géométrie analytique, sans toutefois remarquer que la courbe dont il donne l'équation n'est autre chose qu'une strophoïde oblique; en conséquence, il a imaginé une nouvelle méthode pour construire cette courbe, méthode qu'on peut joindre à toutes les autres connues.

Voici le problème optique dont il s'agit : Dans un plan sont placés en A un point lumineux et en B l'œil d'un observateur; soit O un point fixe du même plan, autour duquel tourne une droite réfléchissante  $s$  (miroir); à chaque position de  $s$  correspond un rayon lumineux sortant de A et se réfléchissant en B : quel est le lieu géométrique de tous les points d'incidence M? Pour répondre à cette question, je remarque qu'étant prise



le couple de rayons) qui correspond à la droite qui joint les deux centres. En conséquence, la tangente en B n'est autre que la droite qui joint B au symétrique D du point A par rapport au diamètre OB; et, pour trouver les tangentes en O, on marque les extrémités D<sub>1</sub> et D<sub>2</sub> du diamètre OB, et les normales aux cordes AD<sub>1</sub> et AD<sub>2</sub> seront les tangentes à la courbe. Comme ces tangentes sont évidemment perpendiculaires entre elles, nous concluons que *le lieu cherché est une cubique circulaire qui a un point double à tangentes orthogonales*. C'est donc une strophoïde, comme je l'avais annoncé. ....

---

[D1b]

### DÉVELOPPEMENT EN SÉRIES TRIGONOMÉTRIQUES DES POLYNOMES DE M. LÉAUTÉ;

PAR M. PAUL APPELL.

---

Pour exprimer une fonction  $f(x)$ , connaissant les valeurs moyennes de cette fonction et de ses dérivées dans un intervalle donné, de  $-h$  à  $+h$ , par exemple. M. Léauté (*Comptes rendus*, 14 juin 1880; *Journal de Liouville*, 1881) a considéré une suite de polynômes  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$  de degrés 0, 1, 2, ...,  $n$  en  $x$ , possédant les propriétés caractéristiques suivantes :

$$(1) \quad P_0 = 1;$$

$$(2) \quad \frac{dP_n}{dx} = P_{n-1}, \quad n \geq 1;$$

$$(3) \quad \int_{-h}^{+h} P_n dx = 0, \quad n \geq 1.$$

La relation (2) permet de déduire chaque polynôme du précédent par une quadrature, et la condition (3)